

THESE de Doctorat d'Etat Es Sciences Physiques

présentée
à la Faculté des Sciences
de PARIS VI

Napoléon-Jésus ARTEAGA-ROMERO
pour obtenir
le grade de Docteur Es - Sciences

Sujet: Collisions photon-photon dans les
anneaux de stockage electron- positron

Soutenue le 27- 10-1972 devant la commission d'Examen

Président : R. NATAF

Examineurs : M.M. E. ARNOUS , J. HAISSINSKI , P. KESSLER

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITE PARIS VI

par

M. Napoléon-Jésus ARTEAGA-ROMERO

pour obtenir

le grade de Docteur Es-Sciences

Sujet de la Thèse :

COLLISIONS PHOTON-PHOTON DANS LES ANNEAUX DE STOCKAGE ELECTRON-POSITRON

soutenue le 27 octobre 1972 , devant la Commission d'Examen :

Président : Roger NATAF

Examineurs : Edmond ARNOUS

J. HAISSINSKI

Paul KESSLER.



1904

ABSTRACT

We here present a study of photon-photon collisions in electron-positron storage rings, through reactions of the type $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$, where X is any system of particles, characterized by a total charge conjugation number $C = +1$ and total strangeness $S = 0$. In particular, we consider the case where X is a pair of particles $A \bar{A}$ ($A = e, \mu, \pi, K, p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^0, \Xi^-$) or a single pseudoscalar particle (π^0, η, η').

We first present the generalized (invariant) helicity method which was used for this study, and which allows in general, for higher order diagrams in electrodynamics, to obtain a greater physical transparency than the standard method of Feynman diagram calculation.

Exact factorization formulae, for the main diagram and for the most important background diagrams of the process $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$, have been calculated through this method.

From these formulae, we derived Williams-Weizsäcker type approximation formulae, defining precisely the conditions of validity of the latter. It appears that these conditions of validity are perfectly satisfied in the type of experiment we suggest to perform, namely detection of the outgoing $e^\pm$ particles at very small scattering angles (of the order of a few milliradians), in coincidence with the other particles emitted at large angle with respect to the beam axis. These experimental conditions were imposed in order to obtain the suppression of the contribution of all background diagrams (other than those involving a $\gamma\gamma$ collision), and we show that indeed this suppression is achieved in an extremely efficient way.

The behaviour of the cross sections with respect to M (invariant mass of the system X created), E_0 (beam energy) and ψ (laboratory angle

of one particle produced) was studied, in particular for reactions of the type $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A^- A^+$.

For the partial process $\gamma \gamma \rightarrow A^- A^+$ we used the Born approximation throughout. This procedure is certainly justified for $A = e, \mu$; for hadron production, it should give only a rough order of magnitude, but it is still probably the best available approach, since there exists still no reliable theory of hadronic interactions.

In the particular case of baryon pair creation, we use two different models, one involving a pure Dirac coupling at the $\gamma B B$ vertex, and the other one involving a Dirac plus Pauli coupling .

Recent works of other authors, in particular Brodsky, Kinoshita and Terazawa, and Cheng and Wu, are also discussed.

In conclusion, a comparison is made between the two classes of experiments which can be performed in electron-positron storage rings, namely : $e^- e^+$ annihilation and $\gamma \gamma$ collisions. We also discuss recent suggestions (Stodolsky..) for studying $\gamma \gamma$ collisions in reactions involving hadrons or nuclei instead of electrons.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à M.M. les Professeurs F. ALSINA, F. BELDA, F. VILLACIS, qui m'ont aidé à me former en Physique et ont profondément influencé mon orientation.

J'exprime ma plus profonde gratitude à M. P. KESSLER pour m'avoir proposé le présent sujet et pour m'avoir constamment guidé par ses conseils.

Je remercie sincèrement M.R. NATAF d'avoir accepté de présider le Jury de Thèse et d'avoir bien voulu discuter avec moi de divers problèmes traités dans cette thèse.

Je suis reconnaissant aussi à M. J. HAISSINSKY, à la fois d'avoir accepté de participer au Jury et de m'avoir apporté un certain nombre d'éclaircissements concernant les aspects expérimentaux des problèmes traités.

Je remercie également M.E. ARNOUS de s'être intéressé à ce travail et d'avoir bien voulu faire partie du Jury.

Je remercie très sincèrement mes camarades du groupe d'études sur les collisions photon-photon (M.A. JACCARINI, J. PARISI, E. CALVA, C. CARIMALO) pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues ensemble. Je suis particulièrement reconnaissant à M. JACCARINI dont certains résultats, présentés dans sa thèse de troisième cycle, ont été englobés dans le présent travail.

Je dois également des remerciements à M.M. LERUSTE, KARATCHENTZEFF et STRACHMAN qui m'ont apporté leur aide pour la programmation de certains calculs, ainsi qu'à M. JOUVET, Directeur de Recherches, et à M. COURAU et M. COCHARD, pour un certain nombre de discussions intéressantes.

J'ai à remercier M. le Professeur F. PERRIN et M. CROZON qui ont bien voulu m'autoriser à disposer de certaines facilités matérielles au Laboratoire de Physique Atomique du Collège de France.

Une partie des calculs numériques ont été effectués sur l'ordinateur du Laboratoire de Physique Atomique. J'exprime ma reconnaissance aux membres du Service Calcul du Laboratoire pour la bienveillance dont ils ont fait preuve à mon égard.

Je remercie très vivement M.M. JOBEZ et BONIERBALE, du Service Dessin du Laboratoire de Physique Atomique, pour l'exécution des courbes qui figurent dans cette thèse.

J'exprime ma gratitude à M. le Professeur MORAND, du Laboratoire de Physique Générale de l'Université Paris VI, ainsi qu'à M.D. SILLOU et à M. GUYAUX pour leur gentillesse et l'intérêt qu'ils ont porté au présent travail.

Je suis profondément reconnaissant à Melle H. THIBAUT qui a assuré, avec beaucoup de soin, la frappe de la thèse.

Je tiens à remercier :

le Professeur S.J. BRODSKY (Stanford), le Professeur N. CABIBBO (Rome), le Professeur G. COHEN-TANNOUDJI (Saclay), le Professeur P.L. CSOZKA (Eugene, Oregon), le Professeur U. MAOR (Tel-Aviv), le Dr. J. SOFFER (CERN-Rehovoth), le Professeur P. WALOSCHEK (Hamburg), le Professeur S. WEINBERG (M.I.T.) et le Professeur A. ZICHICHI (Bologne) pour les fructueuses discussions que notre groupe de travail a eues avec eux.

Je tiens à remercier également Mesdames les Secrétaires du Laboratoire de Physique Atomique qui se sont chargées du tirage et assemblage des exemplaires de cette thèse.

Enfin, que ma femme, Jemila, et mes frères et parents trouvent ici l'expression de ma gratitude pour les constants encouragements qu'ils m'ont prodigués le long du présent travail.

TABLE DE MATIERES

	<u>pages</u>
Introduction.	1
<u>CHAPITRE 1. — METHODE D'HELICITE GENERALISEE. —</u>	5
Principes.	5
Formalisme trigonométrique de l'espace-temps.	7
Module d'un quadrivecteur.	8
Quadrivecteurs orthogonaux.	9
Fonctions trigonométriques généralisées.	11
Plans de vertex et tétrades d'hélicité.	16
Hélicité.	20
Applications de la méthode d'hélicité généralisée.	24
Extension du formalisme aux interactions faibles.	33
Echange d'un photon du genre espace.	34
Généralisation aux diagrammes d'ordre supérieur.	37
Cas des particules polarisées.	40
<u>CHAPITRE 2. — ETUDE DES PROCESSUS $e e \rightarrow e e X$. —</u>	44
1) Calcul de $e e \rightarrow e e \gamma_e^* \gamma_e'^* \rightarrow e e X$.	46
Calcul de I.	48
Formule exacte (dans l'approximation extrême-relativiste) de la section efficace différentielle.	55
Relation avec la diffusion élastique $\gamma \gamma$ vers l'avant.	56
Approximation des petits transferts et double approximation "du type Williams-Weizsäcker".	59

pages

Approximation des petits transferts, avec terme de polarisation.	64
Commentaire sur les travaux de BRODSKY, KINOSHITA et TERAZAWA.	67
Commentaire sur les travaux de CHENG et WU.	68
2) Calcul des diagrammes 7b et 7c.	71
Calcul de I.	73
Formule exacte de la section efficace différentielle.	76
Approximation des petits transferts.	77
 <u>CHAPITRE 3. — PREDICTIONS NUMERIQUES POUR LES PROCESSUS</u>	
<u>$e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A A^-$. —</u>	81
1) Elimination du background, et ordres de grandeur des sections efficaces différentielles (par rapport à la masse invariante de l'état X) et intégrées.	81
2) Comportement, en fonction de l'énergie, des sections efficaces, et distribution angulaire des particules produites.	87
Cas de production du π^0 , du η et du η' .	88
Prise en considération des coupures sur les angles (des particules produites) et sur les énergies (des $e^\pm$ diffusés).	94
 <u>CHAPITRE 4. — APPLICATIONS .—</u>	
Commentaires sur les expériences de double et de triple coïncidence déjà réalisées.	96
I) $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^- + \pi^+$.	97
II) $\gamma + \gamma \rightarrow \mu^- + \mu^+$.	98
III) $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$.	99
IV) $\gamma + \gamma \rightarrow K^- + K^+$.	99

	<u>pages</u>
V) $\gamma + \gamma \rightarrow$ baryon-antibaryon.	100
a) $\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$ (modèle D et modèle D + P).	100
Section efficace totale $\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p \bar{p}}$ avec le modèle (D+P).	101
Section efficace différentielle $\frac{d\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p \bar{p}}}{d\Omega_p}$	
avec le modèle (D+P).	102
Comparaison avec l'expérience de HARTILL et al.	103
Section efficace différentielle et intégrée $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ p \bar{p}$ pour les diagrammes 7a, 7b et 7c, avec différents modèles.	104
b) Production de baryon-antibaryon (autre que $p \bar{p}$).	105
Sections efficaces intégrées de $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ B \bar{B}$, où $B = n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-$.	105
VII) $\gamma + \gamma \rightarrow X$ où $X = \pi^0, \eta, \eta'$.	106
VIII) $\gamma + \gamma \rightarrow$ hadrons (en général).	106
IX) $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$.	107
X) Processus à échange de trois photons.	107
XI) Spéculations.	108
<u>CONCLUSION.</u>	109
Commentaires sur les collisions photon-photon dans les interactions hadroniques ou semi-hadroniques (lepton-hadron ou photon-hadron).	111
Commentaire sur les travaux de STODOLSKY.	113

pages

<u>APPENDICE 1.</u>	1
Formalisme trigonométrique généralisé à l'espace-temps.	1
<u>APPENDICE 2.</u>	6
Définition de l'angle ϕ .	6
Angles ϕ_2 et ϕ_3 .	8
<u>APPENDICE 3.</u>	
Produits scalaires utiles dans le calcul.	10
Angles θ_{12} et θ_{23} .	11
<u>APPENDICE 4.</u>	12
a) Calcul exact de $\cos \phi_0$.	12
b) Approximation des petits transferts.	14
<u>APPENDICE 5.</u>	21
Angles ψ_{12} et ψ_{24} .	23
$\cos \theta_2$ et $\cos \theta_4$.	24

L'intérêt de faire des expériences de diffusion photon-photon à haute énergie est de toute évidence considérable. Ces expériences permettraient :

- a) de tester l'invariance par conjugaison de charge;
- b) de rechercher, dans $\gamma\gamma \rightarrow$ lepton-antilepton, une éventuelle violation de l'électrodynamique quantique (modification du propagateur leptonique ; anomalie du muon);
- c) de déterminer la constante de couplage $\eta'\gamma\gamma$ et d'améliorer la précision des valeurs (connues grâce à l'effet Primakoff) des constantes de couplage $\pi^0\gamma\gamma$ et $\eta\gamma\gamma$, l'avantage étant ici l'absence de tout hadron spectateur;
- d) d'étudier, dans $\gamma\gamma \rightarrow$ mésons, les diverses résonances mésiques non-étranges ayant le nombre quantique de conjugaison de charge $C = +1$, en particulier le σ ou ϵ , résonance scalaire pion-pion dont l'existence est présumée aux environs de 700-800 MeV (l'avantage serait double : pas de ρ , pas de hadron spectateur);
- e) d'étudier également $\gamma\gamma \rightarrow$ baryon-antibaryon;
- f) d'analyser éventuellement $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ avec échange à la fois de hadrons et de paires de leptons dans les trois voies s, t, u ;
- g) de rechercher certaines particules hypothétiques dans d'éventuelles réactions $\gamma\gamma \rightarrow X\bar{X}$ (X = lepton lourd, boson vecteur intermédiaire des interactions faibles, quark ...).

Mais la perspective de réaliser ces types d'expériences semblait très lointaine dans un passé récent. En 1967, Csonka⁽¹⁾ a considéré les possibilités existantes en vue de faire des expériences de diffusion photon-photon avec des γ réels : collisions de faisceaux de lasers avec des faisceaux γ de haute énergie; collisions utilisant deux ou plusieurs sources de rayons X; explosions nucléaires; utilisation du rayonnement synchrotron des accélérateurs d'électrons ou des anneaux de stockage. Cependant les difficultés techniques pour produire ces collisions $\gamma\gamma$ à haute énergie sont considérables. Nous avons démontré (voir plus loin) que si, au lieu des photons libres, on utilise le spectre des photons quasi-réels produit dans les collisions de faisceaux électron-positron ou électron-électron, on aura la possibilité d'étudier quelques-uns des sujets mentionnés plus haut, les taux de comptage devant être en principe suffisants avec les anneaux de la prochaine génération. Les

difficultés techniques seront nettement moindres que pour produire des collisions de γ réels, le problème expérimental se réduisant à une détection précise des particules sortantes.

Déjà en 1960, F. LOW⁽²⁾ avait proposé de mesurer la vie moyenne du π^0 , en produisant cette particule par des collisions d'électrons. A la fin de la même année, Calogero et Zemach⁽³⁾ ont considéré la production des paires de particules par des collisions de faisceaux d'électrons; en particulier, ils ont étudié la production d'une paire $\pi^+ \pi^-$ dans le cas où les deux pions sortent en direction opposée. En 1964, J.C. Le Guillou⁽⁴⁾ a étudié d'une façon générale les processus avec échange de deux photons virtuels du genre espace et les différentes méthodes covariantes d'approximation du type Williams-Weizsäcker permettant de calculer les sections efficaces de tels processus; il a considéré aussi la production du π^0 dans des collisions électron-électron. En février 1969, De Celles et Goehl⁽⁵⁾ ont étudié la possibilité de réaliser une expérience de diffusion électron-électron avec production de la résonance σ ; en juillet et décembre de la même année, A. Jaccarini, P. Kessler et moi-même⁽⁶⁾ avons considéré la production de paires de particules $A^- A^+$ où $A = \mu, \pi, K$, dans les diffusions électron-électron ou électron-positron. En considérant les conditions cinématiques suivantes : énergies des particules initiales de l'ordre de quelques GeV, angles de diffusion de deux électrons (ou de l'électron et du positron) limités à quelques degrés au maximum, nous avons démontré que :

- Tout le bruit de fond, c'est-à-dire l'ensemble de tous les autres diagrammes de Feynman existant également à l'ordre le plus bas de l'électrodynamique quantique, est négligeable vis-à-vis du diagramme à échange de deux photons du genre espace (quasi-réels);
- la section efficace de ces processus ($e^- e^\pm \rightarrow e^- e^\pm A^- A^+$) peut, avec une très bonne approximation, se factoriser de manière à faire apparaître la section efficace $\gamma \gamma \rightarrow A^- A^+$, et par conséquent les réactions suggérées constituent réellement un moyen d'étudier les collisions inélastiques photon-photon ;
- les valeurs calculées pour ces sections efficaces sont suffisamment élevées pour donner lieu à des taux de comptage tout à fait raisonnables (au moins dans les cas $A = \mu$ et π , et à fortiori $A = e$) avec les

anneaux de stockage $e^- e^+$ de la prochaine génération (énergie de faisceau $E_0 \simeq 2-3$ GeV, luminosité $L \sim 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$).

En février 1970, J. Parisi⁽⁷⁾ a étudié les constantes de couplage $0^- \gamma \gamma$, où $0^- = \pi^0, \eta, \eta'$, ainsi que les facteurs de forme électromagnétiques de ces particules dans la région du genre espace, à travers les réactions $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ 0^-$; dans le chapitre des applications, nous reviendrons sur ce travail. En avril 1970, A. Jaccarini, P. Kessler et moi-même, dans un Rapport Interne⁽⁸⁾, avons approfondi l'étude des processus $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A^- A^+$, et en particulier nous avons démontré que les sections efficaces totales de production de paires de particules augmentent en fonction de l'énergie des faisceaux incidents; également nous avons considéré les diverses applications de ces réactions. En juillet 1970, A. Jaccarini⁽⁹⁾ s'est plus particulièrement consacré à l'étude de $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (dans les réactions $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ \pi^+ \pi^-$); il a utilisé un modèle qui tient compte des termes de Born plus une interaction d'état final pour la production de résonances $\pi \pi$; il a également étudié les effets de coupures expérimentales réalistes dans le contexte d'un projet d'expérience à DESY.

Par la suite (septembre 1970 - mai 1971) nous avons continué cette recherche⁽¹⁰⁻¹⁴⁾ en étudiant les sections efficaces totales en fonction de l'énergie, les distributions angulaires, les effets de diverses coupures expérimentales sur les réactions

$$\gamma \gamma \rightarrow \begin{cases} e^- e^+ \\ \mu^- \mu^+ \\ \pi^- \pi^+ \\ K^- K^+ \end{cases} \quad \gamma \gamma \rightarrow \begin{cases} p \bar{p} \\ \Sigma^\pm \bar{\Sigma}^\pm \\ \Xi^- \bar{\Xi}^+ \end{cases} \quad \gamma \gamma \rightarrow \begin{cases} \pi^0 \\ \eta \\ \eta \end{cases} \rightarrow 2 \gamma$$

D'autres auteurs⁽¹⁵⁻²¹⁾ se sont tout récemment également intéressés à ces processus, mais d'une façon générale

- n'ont pas considéré en détail le problème fondamental de la réjection du bruit de fond;
- ont fait, en général, des calculs plus grossiers en utilisant simplement des formules classiques d'approximation du type Williams-Weizsäcker ou Landau-Lifshitz.

Une expérience récente a permis de mettre en évidence les processus de type $\gamma \gamma^{(22)}$; nous reviendrons sur cette expérience dans les applications.

CHAPITRE 1

PRINCIPES DE LA METHODE D'HELICITE GENERALISEE

Nous présentons ici un compte-rendu d'une série de travaux de P. Kessler⁽²³⁻³⁰⁾ sur une méthode d'hélicité généralisée. Cette méthode permet le calcul analytique pratiquement instantané (sans traces à effectuer) de larges classes de diagrammes de Feynman. Dans ce formalisme, on peut traiter sur un même pied les diagrammes comportant des particules échangées du genre temps et du genre espace. C'est une méthode exacte; elle est facilement utilisable pour le calcul des diagrammes de Feynman isolés sans boucles, mais pas pour celui des termes d'interférence ni des boucles internes. Nous pouvons étudier, à l'aide de ce formalisme, les diagrammes à deux corps (deux particules entrantes, deux particules sortantes) avec échange soit d'un photon (ou plus généralement d'une particule de spin 1 et parité définie), soit d'un boson de spin 1 et parité non-définie (boson intermédiaire des interactions faibles), soit d'un fermion de spin 1/2, soit de particules de spins divers entiers ou demi-entiers, dans l'hypothèse où ces particules se trouvent dans des états de parité et spin bien définis (c'est le cas des résonances sur la couche de masse) ou même lorsqu'il s'agit de mélanges de spin et parité. Egalement nous pouvons étudier phénoménologiquement les diagrammes où il y a deux particules entrantes et, à l'un des deux vertex, un état final à plusieurs particules (cas de la diffusion hautement inélastique ou "deep inelastic"); de même les diagrammes où il y a deux particules entrantes et à chaque vertex plusieurs particules produites. On peut généraliser aussi la méthode aux diagrammes de Feynman d'ordre supérieur (type "arbre").

Ce formalisme a le mérite

- de séparer la partie dynamique de la partie cinématique dans le calcul des sections efficaces;

- de factoriser tensoriellement la partie dynamique, en réduisant sa structure à son expression la plus simple, compte tenu des lois de conservation (du moment angulaire et de la parité essentiellement) existant à chaque vertex; cette factorisation décompose la partie dynamique en produits de fonctions de vertex reliées par des facteurs purement géométriques;
- les fonctions de vertex ainsi définies fournissent des définitions physiques non ambiguës des quantités habituellement appelées "facteurs de forme"; en particulier, les facteurs de forme G_E et G_M de la diffusion électron-proton reçoivent ainsi une interprétation physique qu'ils n'avaient pas auparavant (interprétation qui ne fait pas appel à l'habituelle référence au "système de Breit");
- les problèmes de polarisation s'insèrent très naturellement dans le formalisme général.

Cette méthode a été appliquée aux problèmes suivants :

- interprétation des facteurs de forme électromagnétiques⁽²⁴⁾;
- neutrino-production de tous les états baryoniques⁽²⁵⁾;
- tests de l'électrodynamique quantique, en particulier du courant de Dirac et de l'universalité électron-muon^(26,27);
- annihilation électron-positron en deux résonances⁽²⁸⁾;
- problèmes de polarisation en électrodynamique^(29,30) et en interactions faibles⁽²⁵⁾;
- électroproduction, photoproduction, électroproduction inverse et neutrino-production de la résonance $N^*(1236)$ ^(32, 33, 34);
- processus $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$ avec échange de deux photons⁽⁶⁻¹³⁾;
- processus à échange d'un photon aux énergies ultra-hautes⁽³⁵⁾.

Nous allons donner un exposé très schématique de la méthode; pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur aux références citées au début du

chapitre et, en ce qui concerne les applications, aux références qui viennent d'être mentionnées.

FORMALISME TRIGONOMETRIQUE DE L'ESPACE-TEMPS.

Un formalisme trigonométrique unifié de l'espace-temps a été développé par P. Kessler^(23, 30, 31); c'est une généralisation à l'espace - temps de la trigonométrie de l'espace ordinaire à trois dimensions; elle nous permettra d'exprimer sous la forme très simple de fonctions trigonométriques (à quatre dimensions) toutes les quantités cinématiques (impulsions, énergies, vitesses de transformations de Lorentz ...) qui interviennent dans les processus de particules élémentaires.

La métrique que nous utiliserons sera + + + -. Considérons une tétrade droite orthonormale réelle

$$\left\{ \epsilon_{\alpha}^{\mu} \right\} \quad \epsilon_{\alpha}^{\mu*} = \epsilon_{\alpha}^{\mu} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4$$

dans l'espace de Minkowski M , qui satisfait aux relations

$$\epsilon_{\alpha}^{\mu} \epsilon_{\mu}^{\beta} = \delta_{\alpha}^{\beta} \quad \epsilon^{\alpha\mu} \epsilon_{\alpha}^{\nu} = g^{\mu\nu} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4 \quad (1.1)$$

(compte tenu de $\epsilon^4 = -\epsilon_4$ et $\epsilon^i = \epsilon_i$ $i = 1, 2, 3$)

Considérons l'espace $\bar{M}$, complexifié à partir de l'espace de Minkowski M .

Prenons

$$\epsilon_{\pm}^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1^{\mu} \pm i \epsilon_2^{\mu})$$

et considérons l'ensemble

$$\left\{ \epsilon_m^{\mu} \right\} \quad m = +, -, 3, 4 \quad \epsilon_{\pm}^* = -\epsilon_{\mp} \quad \epsilon_3^* = \epsilon_3 \quad \epsilon_4^* = \epsilon_4$$

qui satisfait aux relations

$$\epsilon_m^{\mu*} \epsilon_{\mu}^n = \delta_m^n \quad \epsilon^{m\mu} \epsilon_m^{\nu*} = g^{\mu\nu} \quad (1.2)$$

(compte tenu de (1.1)).

Soient a et b deux quadrivecteurs. Nous pouvons les développer sur cette base :

$$\begin{aligned} a_\mu &= a_m \epsilon_\mu^m = a^m \epsilon_{\mu m} & \text{où} & \quad a_m = \epsilon_m^{*\mu} a_\mu \\ b^\mu &= b^m \epsilon_m^\mu = b_m \epsilon^{\mu m} & \text{où} & \quad b^m = \epsilon_\mu^{*m} b^\mu \end{aligned}$$

Le produit scalaire hermitien de ces deux quadrivecteurs est

$$(a, b) = (b, a)^* = a_\mu^* b^\mu = a_m^* b^n \epsilon_\mu^{*m} \epsilon_n^\mu = a_m^* b^n \delta_n^m = a_m^* b^m$$

Si $b \equiv a$, le produit scalaire hermitien (a, a) est appelé norme de a .

Nous dirons qu'un quadrivecteur a est du genre espace si $(a, a) > 0$, et du genre temps si $(a, a) < 0^\dagger$.

Module d'un quadrivecteur. - Nous voulons définir le module d'un quadrivecteur a en fonction de sa norme; l'objectif étant d'unifier le formalisme pour les quadrivecteurs du genre espace et du genre temps, nous allons imposer à $\underline{a}$ (module de a) de satisfaire les propriétés suivantes :

$$- \underline{a}^2 = (a, a) \quad \forall a \text{ (du genre espace ou du genre temps)} \quad (1.3)$$

$$- \underline{a} \text{ réel} \quad (1.4)$$

Quand a est du genre espace nous avons simplement

$$\underline{a} = \sqrt{(a, a)} \quad (1.5)$$

Quand a est du genre temps, pour satisfaire (1.4) nous devons prendre

$-(a, a)$ sous le radical, et pour satisfaire (1.3), nous sommes obligés d'introduire dans le formalisme une quantité que nous appellerons $\hat{1}$, avec les propriétés suivantes :

$$\hat{1}^2 = -1 \quad \hat{1}^* = \hat{1} \quad (\hat{1} \text{ réel})$$

[†] Nous pouvons considérer dans $\overline{M}$ aussi bien la base (1.1) que la base (1.2)

Dans ce cas[†]

$$\underline{a} = \hat{1} \sqrt{-(a, a)} \quad \text{réel} \quad a \text{ du genre temps} \quad (1.6)$$

$$\underline{a}^2 = (a, a)$$

On a également le cas limite $(a, a) = 0$, $\underline{a} = 0$ (quadrivecteur sur le cône de lumière).

Quadrivecteurs orthogonaux. - Deux quadrivecteurs a et b ($(a/a) \neq (b/b)$) définissent un plan dans l'espace-temps. Soit O le point d'intersection de a et b que nous prenons comme origine de l'espace-temps. La direction définie par le quadrivecteur a divise le plan ab en deux demi-plans, dont l'un se trouve à sa gauche et l'autre à sa droite (par rapport à l'orientation de a); nous supposons, par convention, que b se trouve dans le demi-plan de gauche (sinon, il suffit d'interchanger les rôles de a et b). Nous allons introduire le quadrivecteur $\hat{a}$ (ou $\hat{b}$) orthogonal à a (ou b) comme satisfaisant les conditions suivantes

- i) $(\hat{a}, a) = (a, \hat{a})^* \equiv 0$ $((\hat{b}, b) = (b, \hat{b})^* \equiv 0)$
- ii) $(\hat{a}, \hat{a}) = -(a, a)$ $((\hat{b}, \hat{b}) = -(b, b))$
- iii) $\hat{a}$ (ou $\hat{b}$) appartient au plan défini par a et b .

Du fait de la condition iii), nous pouvons écrire

$$\hat{a} = \alpha a + \beta b$$

Du fait de la condition i), $\hat{a}$ appartient au sous-espace orthogonal à a .

Le projecteur sur ce sous-espace est

$$I_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{a_{\mu}^* a_{\nu}}{(a, a)}$$

En effet $I_{\mu\nu}^* a^{\nu} = a_{\mu} - a_{\mu} \frac{(a, a)}{(a, a)} \equiv 0 \quad \forall a$

[†] L'introduction de $\hat{1}$ au lieu de i (unité imaginaire), d'après (1.3), est due au fait que nous voulons des modules réels.

Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} I_{\mu\nu}^* \hat{a}^\nu &= \hat{a}_\mu = \left(g_{\mu\nu} - \frac{a_\mu a_\nu^*}{(a, a)} \right) (\alpha a^\nu + \beta b^\nu) = \\ &= \beta \left(b_\mu - \frac{(a, b)}{(a, a)} a_\mu \right) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Choisissons β de telle façon que la condition ii) soit remplie :

$$\begin{aligned} (\hat{a}, \hat{a}) &= - (a, a) = |\beta|^2 \left(b_\mu^* - \frac{(b, a)}{(a, a)} a_\mu^* \right) \left(b^\mu - \frac{(a, b)}{(a, a)} a^\mu \right) = \\ &= |\beta|^2 \left((b, b) - \frac{(a, b)(b, a)}{(a, a)} - \frac{(b, a)(a, b)}{(a, a)} + \frac{(b, a)(a, b)(a, a)}{(a, a)(a, a)} \right) \\ &= \frac{|\beta|^2}{(a, a)} \left((a, a)(b, b) - (a, b)(b, a) \right), \text{ d'où} \end{aligned}$$

$$|\beta|^2 = \frac{(a, a)^2}{(a, b)(b, a) - (a, a)(b, b)}$$

Nous allons choisir la phase de β de telle façon que

$$\beta = \frac{\pm (a, a)}{\sqrt{(a, b)(b, a) - (a, a)(b, b)}} \quad (\pm, \text{ selon que } (a, a) > 0 \text{ ou } (a, a) < 0 \text{ respectivement}).$$

En conséquence, compte tenu de (1.8), nous avons

$$\hat{a} = \pm \frac{(a, a) b - (a, b) a}{\sqrt{(a, b)(b, a) - (a, a)(b, b)}} \quad \begin{aligned} &(\text{le signe est } + \text{ si } (a, a) > 0; \\ &\text{le signe est } - \text{ si } (a, a) < 0) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Un procédé analogue pour $\hat{b}$ ($\hat{b} = \alpha' a + \beta' b$) nous donnerait

$$|\alpha'|^2 = \frac{(b, b)^2}{(a, b)(b, a) - (a, a)(b, b)}$$

Nous choisissons la phase de α' de telle façon que

$$\alpha' = \mp \frac{(b, b)}{\sqrt{(a, b)(b, a) - (a, a)(b, b)}} \quad \begin{aligned} &(\pm, \text{ selon que } (b, b) > 0 \\ &\text{ou } (b, b) < 0 \text{ respective-} \\ &\text{ment}). \end{aligned}$$

Les raisons de ces deux choix de signes pour α' et β (compte tenu de la convention faite au sujet de la position relative des quadrivecteurs a et b , au début du paragraphe) seront claires, plus loin, quand nous définirons les fonctions trigonométriques généralisées.

Nous aurons donc

$$\hat{b} = \pm \frac{(b,a) b - (b,b) a}{\sqrt{(a,b)(b,a) - (a,a)(b,b)}} \quad \begin{array}{l} \text{signe + si } (b,b) > 0, \\ \text{signe - si } (b,b) < 0 \end{array} \quad (1.10)$$

Les quadrivecteurs $\hat{a}$ et $\hat{b}$ ainsi définis satisfont les relations i), ii) et iii). En plus, compte tenu de ii), nous voyons que

$$\begin{array}{l} - \text{ si } (a,a) > 0, \quad (\hat{a},\hat{a}) < 0 \quad \text{et} \quad \underline{\hat{a}} = \hat{1} \sqrt{(a,a)} = \hat{1} \underline{a} \\ - \text{ si } (a,a) < 0, \quad (\hat{a},\hat{a}) > 0 \quad \text{et} \quad \underline{\hat{a}} = \sqrt{-(a,a)} = -\hat{1} \underline{a} \end{array} \quad (1.11)$$

Dans le cas-limite où $(a,a) = 0$, $\underline{\hat{a}} = 0$ (l'orthogonal d'un quadrivecteur situé sur le cône de lumière se trouve également sur le cône de lumière).

FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES GENERALISEES.

Nous définissons le $\cos(ab)$ entre deux quadrivecteurs quelconques a et b comme

$$\cos(ab) = \frac{(a,b)}{\underline{a} \underline{b}} \quad \forall a, b \quad (1.12)$$

Nous définissons le $\sin(ab)$ comme

$$\sin(ab) \equiv \cos(\hat{a}b) = \frac{(\hat{a},b)}{\underline{\hat{a}} \underline{b}} = \frac{(a,a)(b,b) - (b,a)(a,b)}{\sqrt{(a,b)(b,a) - (a,a)(b,b)}} \frac{1}{\hat{1} \underline{a} \underline{b}} \quad (1.13)$$

Nous avons la propriété

$$\begin{aligned} \sin(ba) \equiv \cos(\hat{b}a) &= \frac{(a,b)(b,a) - (b,b)(a,a)}{\sqrt{(b,a)(a,b) - (a,a)(b,b)}} \frac{1}{\hat{1} \underline{b} \underline{a}} = \\ &= -\sin(ab) \quad \forall a, b \end{aligned} \quad (1.14)$$

(généralisation de la relation $\sin X = - \sin (-X)$ de la trigonométrie ordinaire). L'égalité (1.14) nous explique le choix de signe relatif de β et α' dans (1.9) et (1.10). Il est facile de voir que nous avons la relation

$$\cos (ab) \cos (ba) + \sin (ab) \sin (ab) = 1 \quad \forall a, b \quad (1.15)$$

Quand a et b sont réels ~~et a, b sont réels~~, (1.15) se réduit à

$$\cos^2 (ab) + \sin^2 (ab) = 1 \quad \forall a, b$$

(généralisation de la relation $\cos^2 X + \sin^2 X = 1$ de la trigonométrie ordinaire).

Etant donné trois quadrivecteurs quelconques a, b, c , nous avons également la propriété très importante

$$\cos (ab) = \cos (ac) \cos (cb) + \sin (ca) \sin (cb) \cos \psi \quad (1.16)$$

où ψ est l'angle entre les demi-plans définis par c, a et c, b respectivement, a et b étant orientés par rapport à c d'après la convention faite précédemment. Notons que, compte tenu du fait que les fonctions trigonométriques définies dans (1.12) et (1.13) sont des invariants de Lorentz (fonctions de produits scalaires de quadrivecteurs) nous pouvons évaluer en particulier (1.16) dans n'importe quel système. Supposons d'abord que c est une quadri-impulsion d'une particule du genre temps, et plaçons nous dans le système de c au repos, ce qui n'entraîne aucune perte de généralité. Nous avons besoin des relations

$$(c, c) = c^{*4} c_4 = - c_4^* c_4 = - |c_4|^2 = -m_c^2 < 0$$

$$\underline{c} = \hat{1} \sqrt{-(c, c)} = \hat{1} m_c \quad \hat{\underline{c}} = -\hat{1} \underline{c} = m_c$$

$$(a, a) = a^{*m} a_m = | \vec{a} |^2 + a^{*4} a_4 = | \vec{a} |^2 - | a_4 |^2$$

$$(b, b) = b^{*n} b_n = | \vec{b} |^2 + b^{*4} b_4 = | \vec{b} |^2 - | b_4 |^2$$

Pour le premier terme du second membre de (1.16), nous avons

$$\cos (ac) \cos (cb) = \frac{(a, c)(c, b)}{\underline{c}^2 \underline{a} \underline{b}} = \frac{a^{*4} c_4 c^{*4} b_4}{\underline{c}^2 \underline{a} \underline{b}} = \frac{a^{*4} b_4}{\underline{a} \underline{b}}$$

Pour évaluer le deuxième terme du second membre, nous avons besoin de l'expression

$$\begin{aligned} (c, c)(a, a) - (a, c)(c, a) &= c^{*m} c_m \underline{a}^2 - a^{*n} c_n c^{*k} a_k = \\ &= c^{*m} c_m (\underline{a}^2 - a_m a^{*m}) - \sum_{n \neq k} c_n a_k a^{*n} c^{*k} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Dans notre repère (système au repos de c), nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} (c, c)(a, a) - (a, c)(c, a) &= c^{*4} c_4 (\underline{a}^2 - a_4 a^{*4}) = \\ &= c^{*4} c_4 (a^{*1} a_1 + a^{*2} a_2 + a^{*3} a_3) = \underline{c}^2 \underline{a'}^2 = \underline{c}^2 |\vec{a}|^2 \end{aligned} \quad (1.18)$$

où a' est le quadrivecteur $a'_\mu = (a_1, a_2, a_3, 0)$.

Nous avons donc

$$\begin{aligned} \sin (ca) &= \frac{(c, c)(a, a) - (a, c)(c, a)}{\sqrt{(a, c)(c, a) - (c, c)(a, a)}} \frac{1}{\hat{1} \underline{c} \underline{a}} = \\ &= \frac{\underline{c}^2 \underline{a'}^2}{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{a'}^2}} \frac{1}{\hat{1} \underline{c} \underline{a}} = \frac{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{a'}^2}}{\hat{1} \underline{c} \underline{a}} = \frac{m_c |\vec{a}|}{-m_c \underline{a}} = - \frac{|\vec{a}|}{\underline{a}} \end{aligned} \quad (1.19)$$

De même

$$\sin(cb) = \frac{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{b'}^2}}{\hat{1} \underline{c} \underline{b}} = - \frac{|\vec{b}|}{\underline{b}} \quad (1.20)$$

En conséquence, le second membre de (1.16) s'écrit

$$\begin{aligned} \cos(ac) \cos (cb) + \sin (ca) \sin (cb) \cos \psi &= \\ &= \frac{1}{\underline{a} \underline{b}} (a^{*4} b_4 + \underline{a'} \underline{b'} \cos \psi) = \frac{1}{\underline{a} \underline{b}} (a^{*4} b_4 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \psi) = \\ &= \frac{(a, b)}{\underline{a} \underline{b}} = \cos (ab) \end{aligned} \quad (1.21)$$

où ψ est l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$, donc entre les demi-plans définis par c, a et c, b dans l'espace-temps. Quand a, b et c sont dans le même plan[†], $\cos \psi = \pm 1$. Dans le cas $\cos \psi = 1$, nous obtenons les généralisations des relations trigonométriques à deux dimensions dans d'espace réel ordinaire :

$$\cos(ab) = \cos(ac) \cos(cb) - \sin(ac) \sin(cb)$$

De même

$$\sin(ab) = \cos(ac) \sin(cb) + \sin(ac) \cos(cb)$$

Prenons maintenant le cas où c est du genre espace et considérons c le long de l'axe 3. Nous avons

$$(c, c) = c^{*3} c_3 = \underline{c}^2 > 0 \quad \underline{c} = \sqrt{(c, c)} \quad \hat{c} = \hat{1} \underline{c}$$

Le premier terme du second membre est

$$\cos(ac) \cos(cb) = \frac{(a, c) (c, b)}{\underline{a} \underline{c}^2 \underline{b}} = \frac{a^{*3} b_3}{\underline{a} \underline{b}}$$

Nous avons besoin de l'expression

$$\begin{aligned} (c, c) (a, a) - (a, c) (c, a) &= c^{*3} c_3 (\underline{a}^2 - a_3 a^{*3}) = \\ &= \underline{c}^2 (a^{*1} a_1 + a^{*2} a_2 + a^{*4} a_4) = \underline{c}^2 \underline{a}''^2 \end{aligned} \quad (1.22)$$

où a'' est le quadrivecteur $a''_\mu = (a_1, a_2, 0, a_4)$.

Dans ce cas nous pouvons écrire

$$\sin(ca) = \frac{\underline{c}^2 \underline{a}''^2}{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{a}''^2}} \frac{1}{\hat{1} \underline{c} \underline{a}} = \frac{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{a}''^2}}{\hat{1} \underline{c} \underline{a}} \quad (1.23)$$

De même

$$\sin(cb) = \frac{\sqrt{-\underline{c}^2 \underline{b}''^2}}{\hat{1} \underline{c} \underline{b}} \quad (1.24)$$

[†] $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont alignés !

En conséquence le second membre de (1.16) s'écrit

$$\begin{aligned} & \cos(ac) \cos(cb) + \sin(ca) \sin(cb) \cos \psi = \\ & = \frac{1}{\underline{a} \underline{b}} (\underline{a}^* \underline{b}_3 + \underline{a}'' \underline{b}'' \cos \psi) = \frac{[\underline{a}, \underline{b}]}{\underline{a} \underline{b}} = \cos(ab) \end{aligned}$$

où ψ est l'angle entre les quadrivecteurs $\underline{a}''$ et $\underline{b}''$, donc entre les demi-plans définis par c, a et c, b dans l'espace-temps. Si l'on met $\underline{a}$ et $\underline{b}$ sous la forme

$$\underline{a} = (a_1, 0, a_3, a_4)$$

$$\underline{b} = (0, 0, b_3, b_4)$$

nous avons une visualisation très simple de l'angle ψ (voir Fig. 1).

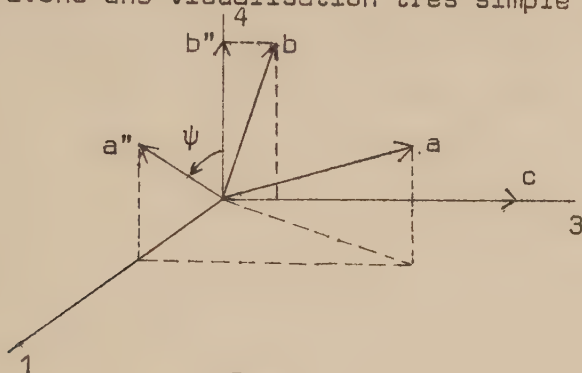


Fig. 1

$\underline{b}''$ est la projection de $\underline{b}$ sur l'axe 4.

$\underline{a}''$ est la projection de $\underline{a}$ sur le plan 1,4.

ψ angle entre $\underline{a}''$ et $\underline{b}''$.

(Pour plus de détails, voir Appendice 1).

Avant de finir ce paragraphe, nous voulons exprimer les fonctions $\cos(ab)$ et $\sin(ab)$ définis dans (1.12) et (1.13) en fonction des invariants

$$[\underline{a} + \underline{b}]^2 = [(\underline{a} + \underline{b}), (\underline{a} + \underline{b})] \quad \underline{a}^2 = (\underline{a}, \underline{a}) \quad \underline{b}^2 = (\underline{b}, \underline{b})$$

dans le cas où $\underline{a}$ et $\underline{b}$ sont réels. ~~et dans le cas où ils sont imaginaires~~

Dans ces conditions, nous pouvons écrire :

$$(\underline{a}, \underline{b}) = \frac{1}{2} [(\underline{a} + \underline{b})^2 - \underline{a}^2 - \underline{b}^2] \quad \text{en conséquence}$$

$$\cos(ab) = \frac{(\underline{a} + \underline{b})^2 - \underline{a}^2 - \underline{b}^2}{2 \underline{a} \underline{b}} \quad (1.25)$$

De même, compte tenu de (1.13) et de

$$(a, b) (b, a) - (a, a) (b, b) = \frac{1}{4} \Lambda ((\underline{a+b})^2, \underline{a}^2, \underline{b}^2)$$

$$\text{où } \Lambda (X, Y, Z) = X^2 + Y^2 + Z^2 - 2XY - 2XZ - 2YZ$$

nous avons

$$\sin(ab) = \pm \frac{ (-\Lambda ((\underline{a+b})^2, \underline{a}^2, \underline{b}^2))^{1/2} }{ 2 \underline{a} \underline{b} } \quad (\Lambda < 0)$$

$$\sin(ab) = \pm 1 \frac{ (\Lambda ((\underline{a+b})^2, \underline{a}^2, \underline{b}^2))^{1/2} }{ 2 \underline{a} \underline{b} } \quad (\Lambda > 0) \quad (1.26)$$

Les égalités (1.25) et (1.26) sont les généralisations des expressions bien connues dans la littérature scientifique (voir, par exemple, la référence 36).

Dans les problèmes physiques concrets, ce formalisme s'applique essentiellement aux quadrivecteurs d'impulsion et de polarisation, mais peut également s'étendre à d'autres quantités, notamment les quadrivecteurs de courant en électrodynamique et en interactions faibles.

Plans de vertex et tétrades d'hélicité.

Comme nous verrons plus loin, d'après cette méthode, la partie dynamique de l'élément de matrice S d'un processus physique se factorise en produits de fonctions de vertex reliées par des facteurs géométriques. Nous allons donner certaines précisions au sujet de ces fonctions de vertex :

- A chaque vertex à trois particules, nous ferons correspondre un triangle (compte tenu de la conservation de la quadri-impulsion) formé par les trois quadri-impulsions des particules ; nous avons ainsi un plan dans l'espace à quatre dimensions.
- Dans le cas particulier où nous avons une particule échangée de quadri-impulsion q du genre espace, nous avons la correspondance donnée par les

Fig. 2a et 2b respectivement; dans le cas où q est du genre temps, la correspondance est donnée par les Fig. 2a' et 2b' :

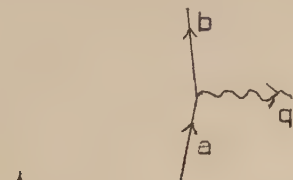


Fig. 2a



Fig. 2b

sens
du
temps



Fig. 2a'

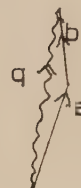


Fig. 2b'

Dans le cas où q est du genre temps, nous avons la relation

$$a + b = q \quad (1.27)$$

Admettons que les particules a et b sont sur leur couche de masse et q hors couche. Nous allons choisir pour chaque particule une tétrade d'hélicité et un axe de quantification (ou axe d'hélicité). Si à chaque fois nous notons par $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_0, \epsilon_{//}$ cette tétrade, nous avons

- Pour la particule de quadri-impulsion a du genre temps

$$(a, a) < 0 \quad \underline{a} = \hat{1} \sqrt{-(a, a)} \quad \underline{\hat{a}} = -\hat{1} \underline{a}$$

Nous prenons $\epsilon_{//}(a)$ unitaire, le long de a , donc du genre temps

$$\epsilon_{//}(a) = \hat{1} \frac{\underline{a}}{\underline{a}} \quad (\epsilon_{//}(a), \epsilon_{//}(a)) = -1 < 0$$

Compte tenu de la Fig. 2b' et de (1.9), nous prenons comme axe d'hélicité celui défini par

$$\epsilon_0(a) \equiv h(a, q) = - \frac{\underline{\hat{a}}}{\underline{\hat{a}}} = \frac{(a, a)q - (a, q)a}{\sqrt{(a, q)(q, a) - (a, a)(q, q)} \underline{\hat{a}}} \quad (1.28)$$

$$(\epsilon_0(a), \epsilon_0(a)) = 1$$

$$(\epsilon_0(a), a) = 0$$

Nous prenons $\varepsilon_1(a)$ unitaire, de genre espace et orthogonal au plan abq , donc à $\varepsilon_{\parallel}(a)$ et $\varepsilon_0(a)$, et de telle façon que $\varepsilon_1(a)$, $\varepsilon_0(a)$ et $\varepsilon_{\parallel}(a)$ forment un trièdre droit orthonormé

$$(\varepsilon_1(a), \varepsilon_1(a)) = 1 \quad (\varepsilon_1(a), \varepsilon_0(a)) = (\varepsilon_1(a), \varepsilon_{\parallel}(a)) = 0$$

Enfin, $\varepsilon_2(a)$ sera aussi unitaire, de genre espace, orthogonal au plan abq et à $\varepsilon_1(a)$, et tel que l'ensemble de ces quatre quadrivecteurs $\varepsilon_1(a)$, $\varepsilon_2(a)$, $\varepsilon_0(a)$, $\varepsilon_{\parallel}(a)$ soit une tétrade droite orthonormée.

- Pour la particule de quadri-impulsion b du genre temps, nous avons de même

$$(b, b) < 0 \quad \underline{b} = \hat{1} \sqrt{-(b, b)} \quad \underline{\hat{b}} = -\hat{1} \underline{b}$$

$$\varepsilon_{\parallel}(b) = \hat{1} \frac{\underline{b}}{\underline{\hat{b}}} \quad (\varepsilon_{\parallel}(b), \varepsilon_{\parallel}(b)) = -1$$

Compte tenu de la Fig. 2b' et de (1.10), l'axe d'hélicité est défini par

$$\varepsilon_0(b) \equiv h(b, q) = -\frac{\underline{\hat{b}}}{\underline{\hat{q}}} = \frac{(b, q) \underline{b} - (b, b) \underline{q}}{\sqrt{(q, b)(b, q) - (b, b)(q, q)} \underline{\hat{b}}} \quad (1.29)$$

$$(\varepsilon_0(b), \varepsilon_0(b)) = 1 \quad (\varepsilon_0(b), b) = 0$$

$\varepsilon_1(b)$ et $\varepsilon_2(b)$ sont unitaires, du genre espace, orthogonaux au plan abq , et tels que l'ensemble $\varepsilon_1(b)$, $\varepsilon_2(b)$, $\varepsilon_0(b)$, $\varepsilon_{\parallel}(b)$ forme une tétrade droite orthonormée.

- Pour la particule échangée de quadri-impulsion q du genre temps, nous avons

$$(q, q) < 0 \quad \underline{q} = \hat{1} \sqrt{-(q, q)} \quad \underline{\hat{q}} = -\hat{1} \underline{q}$$

$$\varepsilon_{\parallel}(q) = \hat{1} \frac{\underline{q}}{\underline{\hat{q}}} \quad (\varepsilon_{\parallel}(q), \varepsilon_{\parallel}(q)) = -1$$

$$\varepsilon_0(q) \equiv h(q, a) = -\frac{\underline{\hat{q}}}{\underline{\hat{a}}} = \frac{(q, a) \underline{q} - (q, q) \underline{a}}{\sqrt{(q, a)(a, q) - (a, a)(q, q)} \underline{\hat{q}}} \equiv$$

$$\equiv -\frac{(q, b) \underline{q} - (q, q) \underline{b}}{\sqrt{(q, b)(b, q) - (b, b)(q, q)} \underline{\hat{q}}} \quad (1.30)$$

(compte tenu de (1.27) nous avons :

$$(q, a) q - (q, q) a \equiv - ((q, b) q - (q, q) b) \text{ et}$$

$$(q, a)(a, q) - (a, a)(q, q) \equiv (q, b)(b, q) - (b, b)(q, q)$$

$$(\varepsilon_0(q), \varepsilon_0(q)) = 1 \quad (\varepsilon_0(q), q) = 0 \quad (1.31)$$

$\varepsilon_1(q)$ et $\varepsilon_2(q)$ sont unitaires, du genre espace, orthogonaux entre eux et au plan abq , et tels que l'ensemble $\varepsilon_1(q), \varepsilon_2(q), \varepsilon_0(q), \varepsilon_{\parallel}(q)$ forme une tétrade droite orthonormée.

Dans le cas où q est du genre espace, la relation (1.27) devient

$$a - b = q \quad (1.32)$$

Compte tenu de (1.9) et (1.10), et en admettant ici encore que a et b sont sur leur couche de masse, on peut s'apercevoir que la définition formelle des tétrades $\{\varepsilon_m(a)\}$ et $\{\varepsilon_n(b)\}$, $m, n = 1, 2, 0, \parallel$ est la même que celle donnée précédemment pour q du genre temps. La relation (1.32) (q du genre espace) n'est rien d'autre que le prolongement analytique de la relation (1.27) (q du genre temps) où $b \rightarrow -b$.
Compte tenu de ce que nous venons de remarquer, nous allons définir, par convention, comme tétrade d'hélicité de q , dans le cas où celui-ci est du genre espace, les quadrivecteurs suivants

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\parallel}(q) &= \frac{q}{q} \quad (\varepsilon_{\parallel}(q), \varepsilon_{\parallel}(q)) = 1 \quad \text{genre espace} \\ \varepsilon_0(q) &\equiv h(q, a) = \hat{1} \frac{\hat{q}}{\underline{q}} = \frac{\hat{1}}{\underline{q}} \frac{(q, q)a - (q, a)q}{\sqrt{(q, a)(a, q) - (a, a)(q, q)}} = \\ &= \frac{\hat{1}}{\underline{q}} \frac{(q, q)b - (q, b)q}{\sqrt{(q, b)(b, q) - (b, b)(q, q)}} \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$(\varepsilon_0(q), \varepsilon_0(q)) = -1 \quad \text{genre temps} \quad (\varepsilon_0(q), q) = 0$$

(compte tenu de (1.32), nous avons cette fois-ci

$$(q, q)a - (q, a)q = (q, q)b - (q, b)q \quad \text{et}$$

$$(q, a) (a, q) - (a, a) (q, q) \equiv (q, b) (b, q) - (b, b) (q, q).$$

Observons la normalisation différente de $\varepsilon_{\mu}(q)$ et $\varepsilon_0(q)$ par rapport au cas où q était du genre temps. $\varepsilon_1(q)$ et $\varepsilon_2(q)$ sont définis comme précédemment. Par convention, on prend (dans les deux cas: q du genre temps ou du genre espace) ε_1 et ε_2 identiques pour les trois particules du vertex. D'autre part, notre convention, pour le calcul des diagrammes, est de fixer ε_2 de façon qu'il soit également perpendiculaire au plan du second vertex contenant q .

HELICITE. Soient

- P_{μ} ($\mu = 1, 2, 3, 4$) les générateurs du sous-groupe des translations d'espace-temps.
- $J_{\mu\nu} = -J_{\nu\mu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) les générateurs du sous-groupe de transformations de Lorentz restreint dans le plan ($\mu \nu$) qui laissent invariantes les deux autres coordonnées (généralisation relativiste du moment angulaire).

Leurs relations de commutation sont :

$$[P_{\mu}, P_{\nu}] = 0 \quad [J_{\mu\nu}, P_{\rho}] = i (g_{\nu\rho} P_{\mu} - g_{\mu\rho} P_{\nu})$$

$$[J_{\mu\nu}, J_{\rho\sigma}] = i (g_{\nu\rho} J_{\mu\sigma} - g_{\mu\rho} J_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} J_{\nu\rho} - g_{\nu\sigma} J_{\mu\rho})$$

Nous savons que l'opérateur de polarisation relativiste est donné par (37)

$$W_{\mu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^{\nu} J^{\rho\sigma} \quad (1.34)$$

Nous avons les relations

$$W_{\mu} P^{\mu} = 0$$

$$\begin{aligned} (P^\mu, W^\sigma) &= 0 & (J^{\mu\nu}, W^\sigma) &= i (g^{\nu\sigma} W^\mu - g^{\mu\sigma} W^\nu) \\ (W^\mu, W^\nu) &= -i \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} P_\rho W_\sigma \end{aligned} \quad (1.35)$$

Appelons

$$\begin{aligned} \vec{J} &\equiv (J^{23}, J^{31}, J^{12}) & \vec{P} &\equiv (P^1, P^2, P^3) \\ \vec{K} &\equiv (J^{41}, J^{42}, J^{43}) \end{aligned}$$

Dans ce cas les composantes de W_μ sont, d'après (1.34)

$$W_\mu = \vec{J} \cdot \vec{P} \quad \vec{W} = \vec{J} P^4 + \vec{K} \wedge \vec{P}$$

Plaçons nous d'abord dans le cas (1.27) où $p = a, b, q$ sont des quadri-impulsions du genre temps. Considérons la restriction de W_μ suivante

$$W_\mu(p) = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p^\nu J^{\rho\sigma} \quad (\mu, \nu, \rho, \sigma = 1, 2, 3, 4 \text{ ou } 1, 2, 0, //)^\dagger$$

Nous pouvons développer $W(p)$ sur la base $\{\epsilon_i(p)\}$ $i = 1, 2, 0$

$$W(p) = \sum_i \epsilon_i(p) S^i(p) \quad \text{où} \quad (1.36)$$

$$S^i(p) = \frac{1}{\underline{p}} (\epsilon^i(p), W(p)) \quad (1.37)$$

Compte tenu de (1.35) et (1.36), on vérifie que

$$(S^i(p), S^j(p)) = i \epsilon^{ij}{}_k S^k(p) \quad (1.38)$$

La relation (1.38) montre que les $S^i(p)$ sont les générateurs des "rotations" du petit groupe L_p de p . Les valeurs propres de $W^2(p)$, dans la représentation considérée, sont de la forme $\underline{p}^2 S(S+1)$. Nous définissons l'hélicité comme

$$\lambda_p = \frac{1}{\underline{p}} (\epsilon^0(p), W(p))$$

($\epsilon_0(p)$ a été défini dans (1.28), (1.29) et (1.30)). C'est un

† Nous identifions les indices 3, 4 pour la numérotation des axes avec 0 et // respectivement pour q du genre temps, ou // et 0 pour q du genre espace.

invariant relativiste ! (voir aussi⁽³⁸⁾). Les états de la représentation sont des vecteurs propres des opérateurs P^μ , P^2 , $W^2(p)$, λ_p , et du signe de P^4 . La représentation est unitaire, irréductible, de dimension $2S + 1$.

Dans le cas où nous avons la situation correspondant à (1.32), nous avons déjà vu que nous passons de (1.27) à (1.32) par prolongement analytique. Ayant défini correctement les états dans le cas (1.27), quand nous voulons faire des "rotations" autour de q , nous avons besoin du sous-groupe de transformations de Lorentz qui laissent q invariant (le petit groupe L_q de q). Dans le cas (1.32), nous avons besoin aussi du petit groupe de q , mais cette fois-ci q est du genre espace. Dans ce cas, le petit groupe de q , L'_q (q du genre espace) est relié au petit groupe L_q (q du genre temps) par le même processus de prolongement analytique (voir par exemple référence (39)). Nous aurons dans ce cas

$$(q, W(q)) = 0 \quad \text{d'où}$$

$$W(q) = \underline{q} (J^{12}(q) \varepsilon_0(q) + K^2(q) \varepsilon_1(q) + K^1(q) \varepsilon_2(q))$$

Les valeurs propres de l'opérateur $W^2(q)$, dans la représentation considérée, sont de la forme $\underline{q}^2 S(S + 1)$. On a

$$\lambda_q = \frac{1}{\underline{q}} (\varepsilon^0(q), W(q))$$

($\varepsilon_0(q)$ a été défini dans (1.33)).

Une représentation irréductible donnée est caractérisée par les valeurs propres de $W^2(q)$ et P^2 ; la dégénérescence est éliminée en prenant comme vecteurs de base des états propres de P^2 , W^2 et λ_q . Les représentations que nous utiliserons seront finies (donc a priori non unitaires). Pour plus de détails, voir les références (40-41). Cependant, grâce à

l'introduction du $\hat{1}$, au lieu de 1 , nous rendons ces représentations unitaires (dans la métrique $+++ +$).

Pour les particules de masse nulle et spin fini (photon, neutrino...), on démontre (42-43) que

$$W = \lambda P$$

où λ est l'hélicité. Si nous imposons l'invariance par réflexion d'espace, nous avons deux valeurs $\pm \lambda$. Pour le photon $\lambda = \pm 1$, pour le neutrino $\lambda = -1/2$ et pour l'antineutrino $\lambda = 1/2$.

APPLICATION DE LA METHODE D'HELICITE GENERALISEE

Nous allons exposer brièvement les principes de calcul de la méthode, en considérant le cas particulier de la diffusion de deux particules quelconques

$$a + b \rightarrow a' + b' \quad (1.42)$$

avec échange d'un photon virtuel c du genre temps (nous notons par a, b, a', b' aussi les quadri-impulsions des particules).

Dans la représentation des quadri-impulsions, la section efficace différentielle de diffusion s'écrit

$$d\sigma = g^2 g'^2 P I dC \quad (1.43)$$

où $P (= 1/c^4)$ est le carré du propagateur de la particule échangée; dC est le "facteur cinématique" et il est formé principalement de l'espace de phase des particules diffusées, divisé par le flux des particules incidentes; g et g' sont les constantes de couplage relatives aux deux vertex. I est le taux d'interaction, c'est-à-dire l'élément de la section efficace qui contient l'information dynamique la plus importante.

Nous avons

$$dC = \frac{1}{4\pi^2} \frac{M_a M_b M_{a'} M_{b'}}{E_a E_b \beta_{ab}} \delta^4(a + b - a' - b') \frac{d^3 a'}{E_{a'}} \frac{d^3 b'}{E_{b'}}$$

Nous avons implicitement inclus dans le calcul de dC un facteur M/E pour chaque particule externe; pour les bosons, il faudra donc introduire un facteur $1/2M$ dans le taux d'interaction. (Pour les particules de masse nulle, on peut toujours introduire une petite masse fictive qui s'élimine en fin de calcul).

Compte tenu des relations

$$s = -c^2 = -(\underline{a} + \underline{b})^2 = -(c, c) = (c, c)$$

$$t = -(\underline{a} - \underline{a}')^2$$

$$(a \cdot b) = -(a, b) \quad (a \cdot a) = -(a, a) \quad (b \cdot b) = -(b, b)$$

$$\beta_{ab} = \frac{((a \cdot b)^2 - (a \cdot a)(b \cdot b))^{1/2}}{E_a E_b} = \frac{(\Lambda(S, M_a^2, M_b^2))^{1/2}}{2 E_a E_b}$$

Dans le système du centre de masse

$$|\vec{a}'| = |\vec{b}'| = \frac{(\Lambda(S, M_a^2, M_b^2))^{1/2}}{2 \sqrt{S}}$$

Après intégration, nous aurons

$$\begin{aligned} dC &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{M_a M_b M_{a'} M_{b'}}{S} \frac{(\Lambda(S, M_a^2, M_b^2))^{1/2}}{(\Lambda(S, M_{a'}^2, M_{b'}^2))^{1/2}} d\Omega = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{M_a^2 M_b^2}{S} \frac{\sin(a' b')}{\sin(ab)} d\Omega \\ &= \frac{M_a M_b M_{a'} M_{b'}}{\pi \Lambda(S, M_a^2, M_b^2)} dt = \frac{M_{a'} M_{b'}}{4\pi M_a M_b (-\sin^2(ab))} dt \end{aligned}$$

(nous avons tenu compte de 1.26); ici Ω est l'angle solide de diffusion dans le système du centre de masse.

Nous voulons obtenir une expression simple et générale pour I. Si les particules initiales ne sont pas polarisées et si l'on ne mesure pas les polarisations des particules finales, on a :

$$I = \frac{1}{(2s_a + 1)(2s_b + 1)} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |j_\mu j^{\mu*}|^2 \quad (1.44)$$

où j est le courant relatif au vertex abc , j' est le courant relatif au vertex $a'b'c$; $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_a', \lambda_b',$ sont les hélicités (invariants relativistes) des quatre particules externes. (Pour les définitions des tétrades d'hélicité des particules a et b , relatives au vertex abc , et celles des particules a' et b' , relatives aux vertex $a'b'c$, nous renvoyons le lecteur aux paragraphes sur les tétrades d'hélicité et sur l'hélicité; pages 16,20 respectivement).

Compte tenu des figures 2a' et 2b', nous avons la correspondance



figure 3

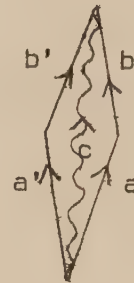


figure 3'

La tétrade d'hélicité de la particule c a été donnée dans (1.30) et (1.31) pour n'importe quel vertex à trois particules qui vérifie la condition (1.27). Nous allons par ailleurs donner certaines précisions. Dans le vertex abc , la tétrade de c , que nous notons $\{ \epsilon_\alpha(c) \}$ ($\alpha = 1, 2, 0, //$), est définie par (1.30) et (1.31); mais compte tenu de la remarque faite en page 20, $\epsilon_2(c)$ est orthogonal aux plans abc et $a'b'c$. Prenons

$$\epsilon_{\pm}(c) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1(c) \pm i \epsilon_2(c)).$$

L'ensemble des vecteurs de base $\{ \epsilon_n(c) \}$ ($n = +, 0, -, //$) vérifie les relations (1.2) et correspond à des états purs de spin et composante de spin (s, m) avec valeurs propres ci-dessous :

$$\epsilon_{//}(c) \quad \text{correspond à} \quad s = 0 \quad m = 0$$

$$\epsilon_{0,+,-}(c) \quad \text{correspond à} \quad s = 1 \quad \text{et} \quad m = 0, +1, -1 \text{ respectivement.}$$

Nous définissons de façon similaire la tétrade d'hélicité de c pour le vertex $a'b'c$, que nous notons $\{ \epsilon'_\alpha \}$ ($\alpha = 1, 2, 0, //$); en prenant de nouveau

$$\epsilon'_\pm(c) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon'_1(c) \pm i \epsilon'_2(c)),$$

nous obtenons l'ensemble de vecteurs de base $\{ \epsilon'_n(c) \}$ ($n = +, 0, -, //$) qui vérifie aussi les relations (1.2). Notons que $\epsilon_{//}(c) \equiv \epsilon'_{//}(c)$ et $\epsilon_2(c) \equiv \epsilon'_2(c)$.

On peut passer du système de vecteurs de polarisation $\{ \epsilon_\alpha(c) \}$ au système $\{ \epsilon'_\alpha(c) \}$ au moyen d'une rotation autour du plan défini par $\epsilon_{//}$ et ϵ_2 qui vient superposer $(\epsilon_0(c), \epsilon_1(c))$ à $(\epsilon'_0(c), \epsilon'_1(c))$. Compte tenu de la figure 3' et de (1.16), (1.21), l'angle de rotation est donné par

$$\cos \theta = \frac{\cos(a a') - \cos(a c) \cos(c a')}{\sin(c a) \sin(c a')} \quad (1.45)$$

et, comme nous avons déjà vu dans (1.21), n' est rien d'autre que l'angle de diffusion dans le système du centre de masse (angle entre $\vec{a}$ et $\vec{a}'$). Si $r(\theta)$ est la matrice de rotation, nous avons

$$\epsilon_m(c) = \sum_{m'} r(\theta)_{m'}^m \epsilon'_{m'}(c) \quad (m, m' = +, 0, -, //) \quad (1.46)$$

où

$$\begin{array}{c}
 m \quad \backslash \quad m' \\
 + \quad \left(\begin{array}{cccc}
 & + & 0 & - & // \\
 & \frac{1+x}{2} & - \frac{y}{\sqrt{2}} & \frac{1-x}{2} & 0 \\
 & \frac{y}{\sqrt{2}} & x & - \frac{y}{\sqrt{2}} & 0 \\
 & \frac{1-x}{2} & \frac{y}{\sqrt{2}} & \frac{1+x}{2} & 0 \\
 // & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \quad (r(\theta))_{m'}^{m'} = 0$$

(Nous avons posé $x = \cos \theta$ $y = \sin \theta$)

Compte tenu de (1.44), (1.2), (1.46), nous pouvons écrire

$$\begin{aligned}
 j_{\mu} j_{\nu}^{*\mu} &= j_{\mu} g^{\mu\nu} j_{\nu}^{*} = j_{\mu} \epsilon^{*\mu m} (c) \epsilon_m^{\nu} (c) j_{\nu}^{*} = \\
 &= (j_{\mu} \epsilon^{*\mu m} (c)) (r(\theta))_{m'}^{m'} (\epsilon_{m'}^{\nu} (c) j_{\nu}^{*}) \quad (1.48)
 \end{aligned}$$

Introduisons les amplitudes d'hélicité généralisées

$$j_{\lambda_a \lambda_b}^m (c^2) \equiv j_{\mu} \epsilon^{*\mu m} (c); j_{\lambda_a, \lambda_b, m'}^{*\mu} (c^2) = j_{\nu}^{*} \epsilon_{m'}^{\nu} (c) \quad (1.49)$$

Ce sont strictement des invariants relativistes. Ces amplitudes d'hélicité sont relatives aux processus partiels

$$a + b \rightarrow c \quad \text{et} \quad c \rightarrow a' + b'$$

respectivement. Soit

$$n_i = (2 s_a + 1) (2 s_b + 1)$$

De (1.44), nous tirons

$$I = \frac{1}{n_i} \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a', \lambda_b'}} t_{\mu\nu} t'^{\mu\nu} \quad (1.50)$$

où

$$t_{\mu\nu} = j_\mu j_\nu^* \quad \text{et} \quad t'^{\mu\nu} = j'^{\mu} j'^{\nu}$$

Compte tenu de (1.48), (1.49) et (1.50) nous avons

$$I = \frac{1}{n_i} \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a', \lambda_b'}} j_{\lambda_a, \lambda_b}^m (c^2) j_{\lambda_a, \lambda_b}^{*n} (c^2) (r(\theta))_m^{m'} (r(\theta))_n^{n'}.$$

$$j_{\lambda_a, \lambda_b, m}^{*} (c^2) j_{\lambda_a, \lambda_b, n} (c^2) \quad (1.51)$$

Nous allons simplifier cette expression, en employant les lois de conservation suivantes :

- Invariance de jauge (ou courant vectoriel conservé)

$$\begin{aligned} c_\mu j^\mu &\equiv 0 \quad \rightarrow \quad \epsilon_\mu^{\prime\prime} j^\mu \equiv 0 \\ c_\mu j'^\mu &\equiv 0 \quad \rightarrow \quad \epsilon_\mu^{\prime\prime\prime} j'^\mu \equiv 0 \end{aligned} \quad (1.52)$$

et en conséquence $r(\theta) \rightarrow d^1(\theta)$.

- Conservation du moment angulaire ; si l'on effectue une rotation d'angle ϕ autour du plan de vertex abc , les amplitudes $j_{\lambda_a, \lambda_b}^m$ et $j_{\lambda_a, \lambda_b}^{*n}$

seront multipliées par les facteurs

$$e^{i(\lambda_a + \lambda_b - m)\phi} \quad \text{et} \quad e^{-i(\lambda_a + \lambda_b - n)\phi}$$

respectivement, d'où

$$j_{\lambda_a \lambda_b}^m(c^2) = \delta_{\lambda_a + \lambda_b, m} j_{\lambda_a}^m(c^2) \quad (1.53)$$

$$j_{\lambda_a \lambda_b}^{*n}(c^2) = \delta_{\lambda_a + \lambda_b, n} j_{\lambda_a}^{*n}(c^2)$$

Soit

$$Y^{mn}(c^2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, m} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, n} j_{\lambda_a}^m(c^2) j_{\lambda_a}^{*n}(c^2) \quad (1.54)$$

$$m, n = +, 0, -$$

De même

$$Y'_{m'n'}(c^2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, m'} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, n'} j'_{\lambda_a, m'}^{*}(c^2) j'_{\lambda_a, n'}(c^2)$$

$$m', n' = +, 0, - \quad (1.55)$$

d'où

$$I = \frac{1}{n_i} Y^{mn}(c^2) (d^1(\theta))_m^{m'} (d^1(\theta))_n^{n'} Y'_{m'n'}(c^2) =$$

$$= \frac{1}{n_i} Y^{mm'}(c^2) (R(\theta))_{mm'}^{m'm'} Y'_{m'm'}(c^2) \quad (1.56)$$

(compte tenu de (1.52), (1.54), (1.55) et du fait que

$$(R(\theta))_{mm'}^{m'm'} = \delta_m^n (d^1(\theta))_m^{m'} (d^1(\theta))_n^{n'} \delta_{n'}^{m'}$$

- La conservation de la parité, combinée avec l'invariance par rotation d'angle π dans l'espace ordinaire autour de la normale $\varepsilon_2(c)$ commune aux deux plans de vertex, nous donne

$$Y^{++}(c^2) = Y^{--}(c^2) = T(c^2) \quad (1.57)$$

$$Y'_{++}(c^2) = Y'_{--}(c^2) = T'(c^2)$$

où nous définissons T (ou T') comme le taux de transition transversal pour le vertex abc (ou $a'b'c$). D'autre part, nous posons

$$Y^{00}(c^2) = L(c^2) \quad Y'_{00}(c^2) = L'(c^2) \quad (1.58)$$

L (L') étant le taux de transition longitudinal.

En effectuant explicitement le produit matriciel dans (1.56), nous obtenons [†]

$$I = \frac{1}{n_i} [TT'(1+\cos^2 \theta) + (TL'+LT') \sin^2 \theta + LL' \cos^2 \theta] \quad (1.59)$$

(nous avons sous-entendu la dépendance de T, T', L, L' en c^2).

[†] L'expression (1.56) peut être aussi écrite

$$I = \frac{1}{n_i} Y^{mn}(c^2) (R(\theta)) \begin{matrix} m'n' \\ m \ n \end{matrix} Y'_{m'n'}(c^2) =$$

$$= \frac{1}{n_i} Y^{m'n'}(c^2, \theta) Y'_{m'n'}(c^2) =$$

$$= \frac{1}{n_i} Y^{mn}(c^2) Y'_{mn}(c^2, \theta) = \frac{1}{n_i} \text{trace} (Y Y')$$

où Y et Y' sont respectivement la matrice de production et désintégration de c , définies selon l'une ou l'autre tétrade. Ceci se simplifie encore, compte tenu de $m=n$ et $m'=n'$

$$I = \frac{1}{n_i} Y^{m'm'}(c^2, \theta) Y'_{m'm'}(c^2) = \frac{1}{n_i} Y^{mm}(c^2) Y'_{mm}(c^2, \theta) =$$

$$= \frac{1}{n_i} \vec{Y} \cdot \vec{Y}' \quad \text{où } \vec{Y}' = (Y'_{++}, Y'_{00}, Y'_{--}) \text{ et une expression analogue pour } Y.$$

Jusqu'à maintenant, nous n'avons pas fait d'hypothèses sur les expressions analytiques des courants à chaque vertex. P. KESSLER (44)

a déjà remarqué que

- a) Avec la formule (1.59), nous pouvons calculer tous les diagrammes du même type que celui de la fig.3 pratiquement d'une façon instantanée, une fois que nous avons écrit un tableau de valeurs de $T(T')$ et $L(L')$ pour tous les vertex abc ($a'b'c$) possibles. Mais dans l'état actuel de la physique, c'est seulement pour les vertex $e^- e^+ \gamma$ et $\mu^- \mu^+ \gamma$ que nous avons une théorie qui nous dit que le courant est

$$j_\mu = \bar{v} \gamma_\mu u$$

(u = spineur du lepton et v = spineur de l'antilepton).

Dans ce cas nous avons

$$T = \frac{e^2}{2 \underline{L}^2} \quad L = 2 \quad (1.60)$$

$$- \underline{L}^2 = + m_L^2 = \text{masse du lepton au carré.}$$

- b) Dans tous les autres cas, nous exprimons le courant à l'aide de facteurs de forme qui sont des paramètres purement phénoménologiques. Dans le cadre de ce formalisme, il est beaucoup plus simple de garder $T(T')$ et $L(L')$ comme paramètres phénoménologiques, non seulement parce que le calcul se simplifie ainsi, mais que par ailleurs leur signification physique est plus claire que celle des facteurs de forme conventionnels.

Dans les expériences d'annihilation $e^- e^+$, nous savons d'après (1.60) que, à haute énergie, $T \gg L$ pour le vertex $e^- e^+ \gamma$, d'où

$$I = \frac{1}{4} T (T' (1 + \cos^2 \theta) + L' \sin^2 \theta) \quad (1.61)$$

formule générale valable pour tous les processus d'annihilation du type
 $e^- e^+ \rightarrow a' b'$ ($a' b' \neq e^- e^+$ ou 2γ).

Il est évident que la formule (1.59) est applicable aux interactions fortes, dans le cas où nous avons un diagramme de deuxième ordre avec échange d'un méson vecteur du genre temps (ρ, ω, ϕ, k^*), pourvu que ces mésons se trouvent dans un état pur de spin 1, ce qui implique un courant vectoriel conservé au moins pour un vertex. Nous pouvons généraliser le procédé qui vient d'être utilisé à n'importe quel diagramme de deuxième ordre avec échange d'une particule du genre temps se trouvant dans un état pur de spin et parité quelconque (pour les formules similaires à (1.59) correspondant à l'échange des particules de spin $s = 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ voir référence (45)).

EXTENSION DU FORMALISME AUX INTERACTIONS FAIBLES.

Nous passons d'un problème où il y a échange d'un photon du genre temps à un autre où il y a échange d'un "boson vecteur intermédiaire" réel ou fictif (couplage de Fermi). Nous remarquons les différences suivantes:

1) Il n'existe plus de conservation de parité, donc nous avons dans (1.57)

$$Y^{++}(c^2) \neq Y^{--}(c^2)$$

$$Y'_{++}(c^2) \neq Y'_{--}(c^2)$$

Nous définissons

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (Y^{++} + Y^{--}) \\ \tilde{T} &= \frac{1}{2} (Y^{++} - Y^{--}) \end{aligned} \quad (1.62)$$

et adoptons des définitions similaires pour $T', \tilde{T}'$.

- 2) L'invariance de jauge (courant vectoriel conservé) n'est plus valable, au moins pour la partie axiale, donc nous avons une contribution à (1.51) due aux amplitudes

$$j_{\lambda_a \lambda_b}^{//} (c^2) \quad \text{et} \quad j'_{\lambda_a \lambda_b}{}^{//} (c^2)$$

Si nous appelons

$$S(c^2) = Y^{// //} (c^2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, 0} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, 0} j_{\lambda_a}^{//} (c^2) j_{\lambda_a}^{*//} (c^2)$$

$$J(c^2) = Y^0{}^{//} (c^2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, 0} \delta_{\lambda_a + \lambda_b, 0} j_{\lambda_a}^0 (c^2) j_{\lambda_a}^{*//} (c^2)$$

et adoptons des définitions similaires pour $S'(c^2)$ et $J'(c^2)$, nous pouvons écrire pour (1.51), toujours au cas où les particules initiales ne sont pas polarisées et où l'on ne mesure pas les polarisations des particules finales [†]

$$\begin{aligned} n_i I = & \quad T T' (1 + \cos^2 \theta) + (T L' + L T') \sin^2 \theta + L L' \cos^2 \theta + \\ & \quad 2 (\tilde{T} \tilde{T}' + R_\theta (J J'^*)) \cos \theta + S S' \end{aligned} \quad (1.63)$$

ECHANGE D'UN PHOTON DU GENRE ESPACE.

Nous allons étudier le diagramme de la fig.4 correspondant au processus

$$a + \bar{b}' \rightarrow a' + \bar{b}$$

avec échange d'un photon du genre espace.

[†] Notons que la formule (1.63) est valable aussi au cas où l'une des particules initiales est un neutrino ou antineutrino et se trouve par conséquent entièrement polarisée.

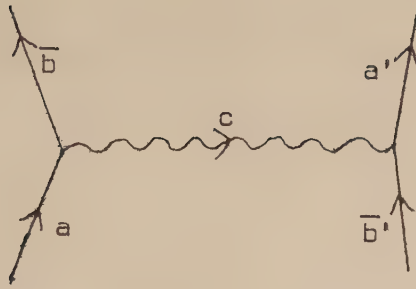


figure 4

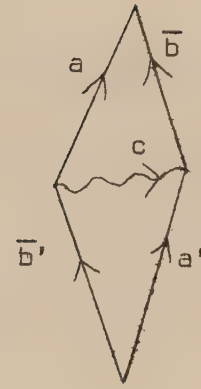


figure 4'

Nous avons appelé (pour conserver une correspondance avec les fig. 3 et 3') $\bar{b}$ la particule sortante au vertex $\bar{a}bc$ et $\bar{b}'$ la particule entrante au vertex $a'\bar{b}'c$; la fig. 4' montre les plans de vertex dans ce cas. Compte tenu de (1.32), nous identifions

$$\bar{b} \equiv -b \quad \text{et} \quad \bar{b}' \equiv -b' \quad (1.64)$$

Les tétrades d'hélicité de toutes les particules de la fig. 4' ont été données déjà dans les pages 16-19. Les remarques que nous pouvons faire concernant les tétrades d'hélicité de c dans les plans de vertex $\bar{a}bc$ et $a'\bar{b}'c$ sont essentiellement les mêmes que dans le cas où c était du genre temps. Ici de nouveau $\epsilon'_{//}(c) \equiv \epsilon_{//}(c)$ et $\epsilon'_2(c) \equiv \epsilon_2(c)$, et les deux ensembles de vecteurs de polarisation de c peuvent être superposés par une rotation autour du plan $(\epsilon_{//}, \epsilon_2)$ qui emmène (ϵ_0, ϵ_1) dans $(\epsilon'_0, \epsilon'_1)$. L'angle de rotation est donné de nouveau par l'expression (1.45); compte tenu des remarques faites dans (1.22), (1.23), (1.24), ce n'est rien d'autre que l'angle entre les demi-plans définis par c, a et c, a' . La matrice de rotation est donnée formellement par (1.47). Compte tenu de (1.64), nous identifions ici

$$\frac{\lambda}{\bar{b}} = -\lambda_b \quad \frac{\lambda}{\bar{b}'} = -\lambda_{b'} \quad (1.65)$$

et nous aurons une expression similaire à (1.51) où les amplitudes

$$j_{\lambda_a \lambda_{\bar{b}}}^m (c^2) = j_{\mu} \epsilon^{*\mu m} (c) \quad j_{\lambda_a \lambda_{\bar{b}}}^{*'} j_{\lambda_{a'} \lambda_{\bar{b}'}}^{*'} j_{\nu}^{*'} \epsilon_{m'}^{\nu} (c) = j_{\nu}^{*'} \epsilon_{m'}^{\nu} (c)$$

strictement invariantes relativistes, sont les amplitudes d'hélicité correspondant aux processus partiels

$$a \rightarrow \bar{b} + c \quad c + \bar{b}' \rightarrow a'$$

respectivement.

En employant de nouveau les lois de conservation déjà énoncées antérieurement, à chaque vertex, nous obtenons une expression formellement identique à (1.59) pour le taux d'interaction.

Ce traitement unifié pour les particules échangées du genre espace et du genre temps nous permet de dire que pour des vertex analogues

$$a b c \quad \text{genre temps} \quad \text{et} \quad a \bar{b} c \quad \text{genre espace}$$

nous avons

$$T (c^2) \quad \text{genre temps} \quad \rightarrow \quad \pm T (c^2) \quad \text{genre espace}$$

$$L (c^2) \quad \text{genre temps} \quad \rightarrow \quad \pm L (c^2) \quad \text{genre espace}$$

où la flèche indique le prolongement analytique (le signe est $\pm$ selon que a et b sont des bosons ou des fermions). Dans le cas particulier où les vertex sont du type $e e \gamma_{\text{genre espace}}$, $\mu \mu \gamma_{\text{genre espace}}$ nous obtenons

$$T = \frac{c^2}{2 m_l^2} \quad L = -2$$

$$m_l = \text{masse du lepton}$$

Dans la diffusion des électrons à haute énergie, par exemple

$$e + N \rightarrow e + N'$$

où N est un noyau-cible, nous avons pratiquement toujours au vertex de l'électron $T \gg L$ et (mis à part un facteur $4/n_1$) le taux d'interaction est donnée par la formule (1.61).

L'extension aux interactions faibles ne présente pas de difficulté et nous obtenons une formule formellement identique à (1.63); un cas particulier d'application a consisté ici à calculer une formule générale pour la section efficace différentielle de diffusion élastique et inélastique des neutrinos et antineutrinos sur des noyaux (voir référence (46)).

En ce qui concerne les processus à échange de hadrons du genre espace dans les interactions fortes (processus périphériques), nous savons que, en général, nous ne pouvons pas utiliser ce formalisme tel quel, parce que nous devons introduire des modifications (pôles de Regge, modèle de Veneziano ...) dans la théorie pour tenir compte de la forte décroissance des sections efficaces en fonction de l'énergie et du transfert.

GENERALISATION AUX DIAGRAMMES D'ORDRE SUPERIEUR (type "arbre").

L'extension de la méthode aux diagrammes de Feynman de n'importe quel ordre du type arbre est immédiate. Considérons l'exemple de la fig. 5 :

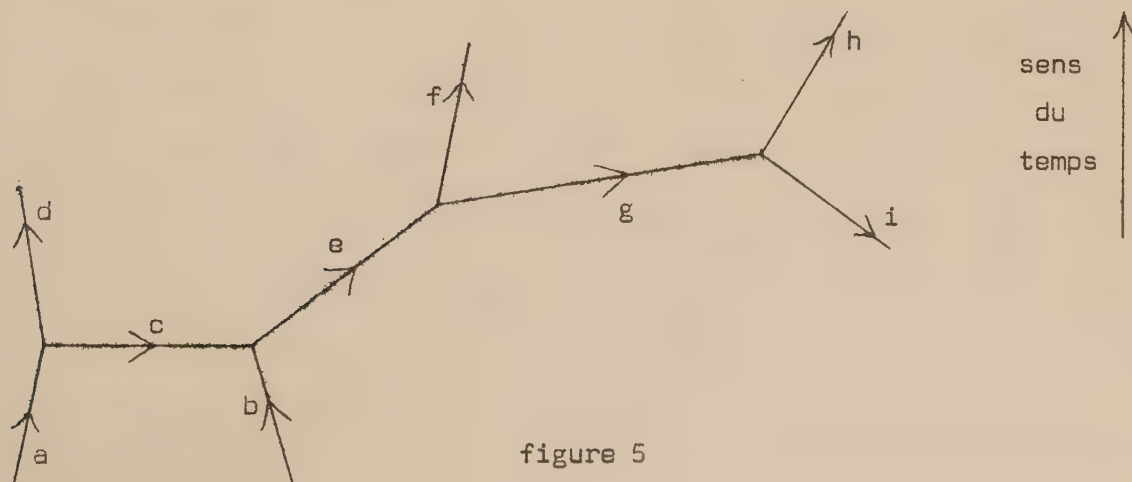


figure 5

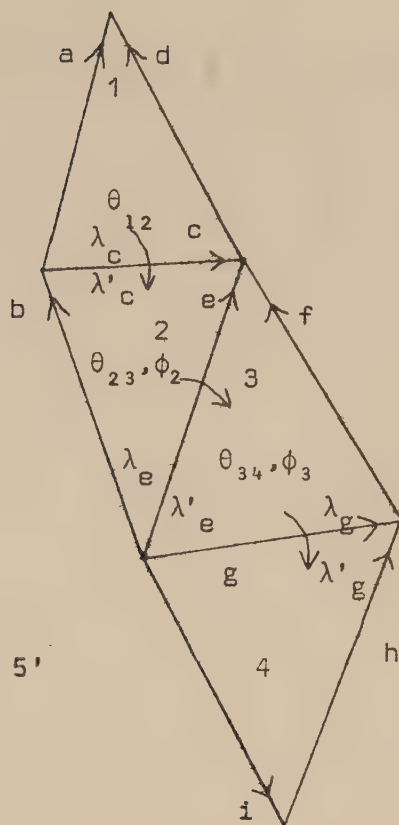


Figure 5'

Les différents plans d'espace-temps associés à chaque vertex sont indiqués sur la figure 5'. Les tétrades d'hélicité pour chaque particule sont définies comme précédemment. Pour les particules échangées, nous aurons toujours deux tétrades d'hélicité reliées aux deux vertex qui ont la particule échangée en commun.

Comme avant, $\epsilon_2(c) \equiv \epsilon'_2(c)$ est la normale commune aux plans 1 (adc) et 2 (bce); θ_{12} est l'angle entre les demi-plans définis par ca et cb qui nous fait passer de la tétrade $\{\epsilon_\alpha(c)\}$ définie par rapport au vertex adc à la tétrade $\{\epsilon'_\alpha(c)\}$ définie par rapport au vertex bce; nous avons des définitions similaires pour $\epsilon_2(e) \equiv \epsilon'_2(e)$ et pour $\epsilon_2(g) \equiv \epsilon'_2(g)$, ainsi que pour θ_{23} et θ_{34} respectivement; ϕ_2 est l'angle de rotation autour du plan 2(cbe) qui nous fait passer de la normale $\epsilon_2(c)$ à la normale $\epsilon_2(e)$ ou encore qui

superpose l'hyperplan (1,2) à l'hyperplan (2,3); ϕ_3 est l'angle de rotation autour du plan 3 (egf) qui nous fait passer de la normale $\varepsilon_2(e)$ à la normale $\varepsilon_2(g)$. (Pour plus de détails, voir Appendices 1 et 2).

Nous nous limiterons à écrire le taux d'interaction (les autres facteurs intervenant dans la section efficace ne présentant aucun problème).

Nous avons donc pour l'amplitude

$$M \sim j_{\lambda_d \lambda_a}^{\lambda_c} (c^2) [r(\theta_{12})] j_{\lambda_b \lambda_c}^{\lambda'_c \lambda_e} (c^2, e^2) [r(\theta_{23}, \phi_2)] j_{\lambda_f \lambda_e}^{\lambda_g} (e^2, g^2) [r(\theta_{34}, \phi_3)] j_{\lambda_h \lambda_i}^{\lambda'_g} (g^2) \quad (1.66)$$

et nous avons pour le taux d'interaction I, dans le cas où les particules initiales ne sont pas polarisées et où nous ne mesurons pas les polarisations des particules finales :

$$n_1 I = Y_1^{\lambda_c \lambda_c} (c^2) [R(\theta_{12})] Y_2^{\lambda'_c \mu'_c \lambda_e \mu_e} (c^2, e^2) [R(\theta_{23}, \phi_2)] Y_3^{\lambda'_e \mu'_e \lambda_g \mu_g} (e^2, g^2) [R(\theta_{34}, \phi_3)] Y_4^{\lambda'_g \mu'_g \lambda'_g \mu'_g} (g^2)$$

$$Y_4^{\lambda'_g \mu'_g \lambda'_g \mu'_g} (g^2) \quad (1.67)$$

où

$j_{\lambda_d \lambda_a}^{\lambda_c} (c^2)$ est l'amplitude d'hélicité du processus $a \rightarrow d + c$

$j_{\lambda_b \lambda_c}^{\lambda_e} (c^2, e^2)$ est l'amplitude d'hélicité du processus $c + b \rightarrow e$

$j_{\lambda_f \lambda_e}^{\lambda_g} (e^2, g^2)$ est l'amplitude d'hélicité du processus $e \rightarrow f + g$

$j_{\lambda_h \lambda_i \lambda_g}^{\lambda_g} (g^2)$ est l'amplitude d'hélicité du processus $g \rightarrow h + i$

$$(r(\theta_{23}, \phi_2))_{\lambda_e}^{\lambda'_e} = e^{-i \lambda_e \phi_2} (d^J_e(\theta_{23}))_{\lambda_e}^{\lambda'_e}$$

et une définition analogue pour $(r(\theta_{34}, \phi_3))_{\lambda_g}^{\lambda'_g}$.

$$Y_1^{\lambda_c \lambda_c} (c^2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_d} j_{\lambda_d \lambda_a}^{\lambda_c} (c^2) j_{\lambda_d \lambda_a}^{*\lambda_c} (c^2)$$

et une définition similaire pour $Y_4^{\lambda'_g \lambda'_g} (g^2)$.

$$Y_2^{\lambda_e \mu_e}_{\lambda'_c \mu'_c} (c^2, e^2) = \sum_{\lambda_b} j_{\lambda_b \lambda'_c}^{\lambda_e} (c^2, e^2) j_{\lambda_b \mu'_c}^{*\mu_e} (c^2, e^2)$$

et une définition analogue pour $Y_3^{\lambda'_g \mu'_g}_{\lambda'_e \mu'_e} (e^2, g^2)$.

$$(R(\theta_{23}, \phi_2))_{\lambda_e \mu_e}^{\lambda'_e \mu'_e} = (r(\theta_{23}, \phi_2))_{\lambda_e}^{\lambda'_e} (r^*(\theta_{23}, \phi_2))_{\mu_e}^{\mu'_e},$$

et des définitions équivalentes pour $R(\theta_{12})$ et $R(\theta_{34}, \phi_3)$.

CAS DES PARTICULES POLARISEES.

Le formalisme que nous venons de décrire permet également de traiter les réactions où nous utilisons soit des faisceaux polarisés, soit des cibles polarisées, ainsi que celles où l'on fait des mesures de polarisation pour des particules finales. Supposons, par simplicité, que la particule a dans la fig. 5 est un fermion de spin 1/2, du genre temps,

susceptible d'être polarisé.

Soit n_μ un quadrivecteur unitaire, du genre espace, le long de l'axe de polarisation de a . On a

$$(n, a) = 0 \quad (n, n) = 1$$

L'opérateur de polarisation relativiste W^μ a déjà été introduit dans (1.34). Les états de polarisation de a sont représentés par des vecteurs d'un espace hermitique $E(a)$ à deux dimensions. Considérons la restriction à $E(a)$ de W^μ . L'opérateur

$$\frac{2}{a} (n, W(a))$$

agissant dans $E(a)$ a pour valeurs propres $+1$ et -1 . On définit un degré de polarisation $\tilde{a}$, donné par

$$\frac{2}{a} \langle (n, W(a)) \rangle = \tilde{a}$$

où $\langle \quad \rangle$ signifie la moyenne statistique sur l'ensemble des particules a formant le faisceau ou la cible. La polarisation est alors complètement caractérisée en grandeur et direction par le quadrivecteur

$$\tilde{a} = \tilde{a} n$$

Il est commode d'utiliser la notion de matrice densité pour décrire l'ensemble statistique des particules a que nous venons de mentionner. La matrice densité relative à cet ensemble est donnée, quel que soit le système de référence choisi, pourvu que l'axe du temps soit pris selon a , par

$$A = \frac{1}{2} (\text{trace } A) (I + \tilde{a}^\mu \sigma_\mu)$$

(trace A = intensité du faisceau).

Les quadrivecteurs a et $\tilde{a}$ définissent un plan que nous appellerons $O(\tilde{a}, a)$. Considérons la tétrade suivante rattachée à ce plan :

$$\epsilon_{//} = \hat{1} \frac{a}{a} \quad ; \quad \epsilon_0 = \frac{\tilde{a}}{\tilde{a}}$$

ϵ_2 unitaire, du genre espace, orthogonal aux plans $0(\tilde{a} a)$ et $1(a d c)$ (de la fig.5'); ϵ_1 unitaire, du genre espace et tel que $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_0, \epsilon_{//}$ forment une tétrade droite orthonormée. Dans ce système on a simplement

$$\alpha_0 \setminus \alpha'_0$$

$${}_2 A^{\alpha_0 \alpha'_0} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 \left(1 + \frac{\tilde{a}}{a} \right) & 0 \\ -1/2 & 1 - \frac{\tilde{a}}{a} \end{pmatrix}$$

La transformation de la matrice densité sous une rotation est donnée par

$$A' = r^{(J)} A r^{(J) \dagger}$$

c'est-à-dire

$$A'^{\alpha\alpha'} = A^{\alpha_0 \alpha'_0} r^{(J)}_{\alpha_0 \alpha} r^{(J) \dagger}_{\alpha' \alpha'_0}$$

Donc, dans le système de la tétrade de a rattaché au plan $1(a d c)$, déjà introduit antérieurement, la matrice densité s'écrit

$$\alpha \setminus \alpha'$$

$${}_2 A'^{\alpha\alpha'} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 \left(1 + \frac{\tilde{a}}{a_3} \right) & \frac{\tilde{a}}{a_1} - i \frac{\tilde{a}}{a_2} \\ -1/2 & 1 - \frac{\tilde{a}}{a_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 \left(1 + \frac{\tilde{a}}{a} \cos \theta_a \right) & \frac{\tilde{a}}{a} \sin \theta_a e^{-i\phi_a} \\ -1/2 & \frac{\tilde{a}}{a} \sin \theta_a e^{i\phi_a} & 1 - \frac{\tilde{a}}{a} \cos \theta_a \end{pmatrix}$$

Autrement dit

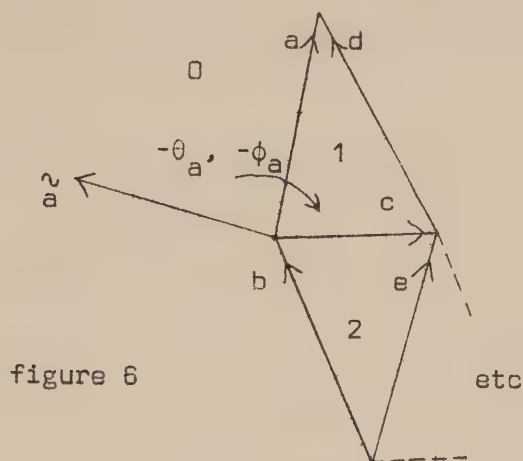
$$A'^{\alpha\alpha'} = A^{\alpha_0 \alpha'_0} (r(-\theta_a, -\phi_a))_{\alpha_0 \alpha}^{\alpha} (r^*(-\theta_a, -\phi_a))_{\alpha' \alpha'_0}^{\alpha'}$$

où

$$(r(-\theta_a, -\phi_a))_{\alpha_0 \alpha}^{\alpha} = (d^{1/2}(-\theta_a))_{\alpha_0 \alpha}^{\alpha} e^{i\alpha\phi_a}$$

θ_a est l'angle de rotation qui fait passer du plan $1(adc)$ au plan $0(\tilde{a}a)$,

et ϕ_a l'angle de rotation qui fait passer de l'hyperplan (1(adc), 2(cbe)) à l'hyperplan (1(adc), 0($\hat{a}$ a)) (voir fig.6 et appendice 2).



Nous pouvons en conséquence écrire , pour le taux I , au cas où la particule a est polarisée

$$n'_1 I = A^{\alpha_0 \alpha'_0} (R(-\theta_a, -\phi_a))_{\alpha_0 \alpha'_0} Y_1^{\lambda_c \mu_c}_{\alpha \alpha'} (c^2) .$$

$$(R(\theta_{12})) \begin{matrix} \lambda'_c \mu'_c \\ \lambda_c \mu_c \end{matrix} Y_2^{\lambda_e \mu_e}_{\lambda'_c \mu'_c} (c^2, e^2) \dots Y_4^{\lambda'_g \mu'_g}_{\lambda_g \mu_g} (g^2)$$

On voit que, en pratique, considérer une particule externe polarisée revient à peu près à accrocher un nouveau vertex au diagramme de la fig. 5'.

Des applications ont été traitées dans les références (23), (26), (29).

CHAPITRE 2

 ETUDE DES PROCESSUS $e e \rightarrow e e X$

Nous allons étudier les processus

$$e e \rightarrow e e X$$

(2.1)

où

e = électron, positron

X = état hadronique ou leptonique à plusieurs particules. (Le cas $X = \pi^0, \eta, \eta' \dots$ sera traité séparément dans la page 88).

A l'ordre le plus bas en électrodynamique, le processus (2.1) est donné par les diagrammes de la fig.7, où à chaque fois le petit cercle représente un ensemble de sous-diagrammes du type Compton.

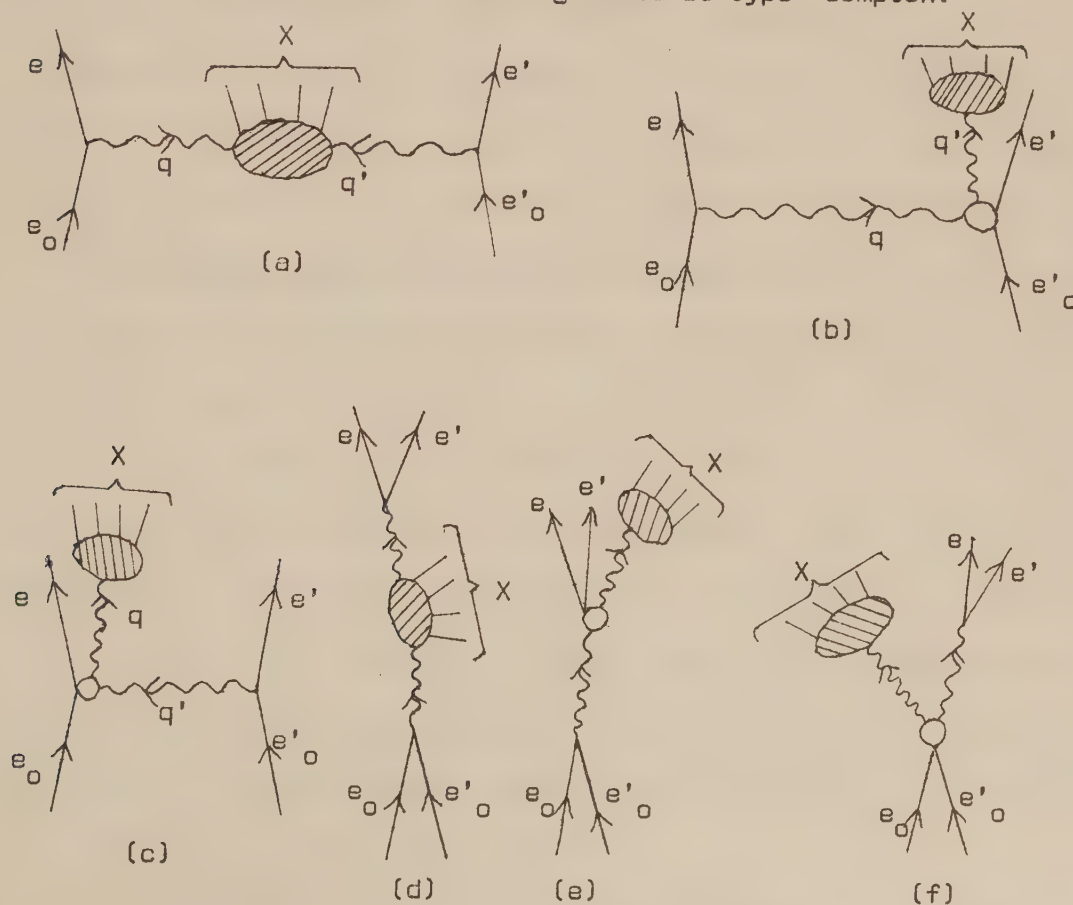


figure 7

Le diagramme 7(a) correspond à l'échange de deux photons du genre espace; les diagrammes 7(b) et 7(c) font intervenir un photon du genre espace et un photon du genre temps; les diagrammes 7(d; e; f) contiennent deux photons du genre temps.

Nous calculerons, à l'aide du formalisme d'hélicité généralisée (voir pages 5-24), une expression exacte du diagramme 7(a) et nous verrons dans quelles conditions cinématiques les cinq autres diagrammes peuvent être négligés par rapport à celui-ci. Déjà une considération qualitative peut nous permettre de fixer ces conditions. En effet, dans le diagramme de la fig. 7(a), les photons échangés sont du genre espace et la contribution principale à la section efficace provient de ceux qui ont des valeurs de q^2 (transfert) très petites (c'est-à-dire des "photons quasi-réels"); en conséquence l'électron et le positron (ou électron) diffusés auront fortement tendance à aller vers l'avant (angle de diffusion autour de 0°). Donc si expérimentalement on détecte l'électron et le positron (ou électron) diffusés à petit angle par rapport à la direction des faisceaux incidents, la contribution à la section efficace du diagramme 7(a) ne sera probablement pas tellement affectée par cette restriction.

Par contre, dans les diagrammes 7(b) et 7(c) où l'on échange un photon du genre espace et un autre du genre temps, nous pouvons nous attendre à ce que l'une des particules $e^\pm$ diffusées ait une forte tendance à aller vers l'avant, tandis que l'autre sera, grossièrement parlant, distribuée de façon plus ou moins isotrope. Donc la contribution de ces diagrammes sera davantage affectée, par les conditions déjà énoncées plus haut, que celle du diagramme 7(a).

A fortiori, la contribution des diagrammes 7(d), 7(e), 7(f) sera plus affectée, par les mêmes conditions, que celle des trois autres diagram-

mes, car les deux photons échangés sont du genre temps et les particules $e^\pm$ diffusées seront toutes deux distribuées de façon plus ou moins isotrope.

Compte tenu de ces arguments, nous commencerons par l'étude du diagramme 7(a).

1) CALCUL DE $e e \rightarrow e e \gamma_e^* \gamma_e'^* \rightarrow e e X$

Nous appellerons (toutes les quadri-impulsions, énergies, angles étant définis dans le système du laboratoire :

e_0, e'_0 les quadri-impulsions de l'électron et du positron (ou électron, dans une collision $e^- e^-$) entrants.

e, e' les quadri-impulsions de l'électron et du positron diffusés.

X la quadri-impulsion du système X .

$k_1, k_2, \dots$ les quadri-impulsions des particules du système X .

E, E' les énergies de l'électron et du positron diffusés.

θ, θ' les angles des tri-impulsions $\vec{e}, \vec{e}'$ de l'électron et du positron diffusés, avec les tri-impulsions $\vec{e}_0$ et $\vec{e}'_0$ respectivement.

ϕ, ϕ' les angles azimutaux relatifs à l'électron et au positron (par rapport à un plan fixe passant par l'axe z défini par $\vec{e}_0$).

$\bar{\phi} = \phi' - \phi$ l'angle des plans $(\vec{e}_0, \vec{e})$ et $(\vec{e}_0, \vec{e}')$.

E_0 l'énergie de chaque particule incidente (énergie des faisceaux).

$M^2 = -X^2$ la masse au carré de X .

m la masse de l'électron (positron).

$q = e_0 - e$; $q' = e'_0 - e'$ quadri-impulsions des photons γ_e^* et $\gamma_e'^*$ respectivement.

$t = q^2 = q_0^2 - \vec{q}^2$; $t' = q'^2 = q_0'^2 - \vec{q}'^2$ ($t, t' > 0$)

Compte tenu de (1.43), nous pouvons écrire la section efficace sous la forme générale

$$d\sigma = (4 \pi \alpha)^4 \mathcal{P} I dC \quad (2.2)$$

où

$$P = \frac{1}{t^2 t'^2} \quad (2.3)$$

I est le taux d'interaction pour ce processus (voir pages 25-37), que nous calculerons plus loin. Si nous nous plaçons dans l'approximation extrême-relativiste (masse m négligeable par rapport à E_0, E, E'), nous avons pour le facteur cinématique dC :

$$dC = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{m^4}{2E_0^2} E E' dE dE' d\theta d\phi d\phi' d\bar{\rho}$$

où

$$d\bar{\rho} = (2\pi)^4 \delta^4(q + q' - X) d\rho$$

$d\rho$ étant l'espace de phase invariant de l'état X , c'est-à-dire :

$$d\rho = \prod_i \xi_i \frac{d^3 k_i}{k_i^0} \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (2.4)$$

où

$$\xi_i = \frac{m_i}{(2\pi)^3} \quad \text{pour les fermions}$$

$$\xi_i = \frac{1}{2(2\pi)^3} \quad \text{pour les bosons}$$

Compte tenu de

$$\begin{aligned} t &= (e_0 - e)^2 = -2m^2 + 2E_0 E - 2|\vec{e}_0| |\vec{e}| \cos \theta \simeq \\ &\simeq -2m^2 + 2E_0 E - 2E_0 E \left(1 - \frac{m^2}{2E_0^2}\right) \left(1 - \frac{m^2}{2E^2}\right) \cos \theta \simeq \\ &\simeq -2m^2 + 2E_0 E (1 - \cos \theta) + \frac{m^2}{E_0 E} (E_0^2 + E^2) \cos \theta = \\ &= t_{\min} + 2E_0 E \left(1 + \frac{m^2}{2E_0^2 E^2} (E_0^2 + E^2)\right) (1 - \cos \theta) \simeq \\ &\simeq t_{\min} + 2E_0 E (1 - \cos \theta) \quad \text{où} \end{aligned}$$

$$t_{\min} = m^2 \frac{(E_0 - E)^2}{E_0 E}$$

et d'une expression similaire pour t' , et en définissant

$$\tau = \frac{t}{4 m^2} \quad \tau' = \frac{t'}{4 m^2} \quad \omega = E_0 - E \quad \omega' = E_0 - E' \quad (2.5)$$

nous obtenons

$$dC = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{2 m^8}{E_0^4} d\omega d\omega' d\tau d\tau' d\phi d\phi' d\bar{p} \quad (2.6)$$

CALCUL DE I. D'après les pages (16), (17), (26) et les fig. 5 et 5'

(pages 37, 38), nous pouvons établir la correspondance suivante avec la fig. 7 a

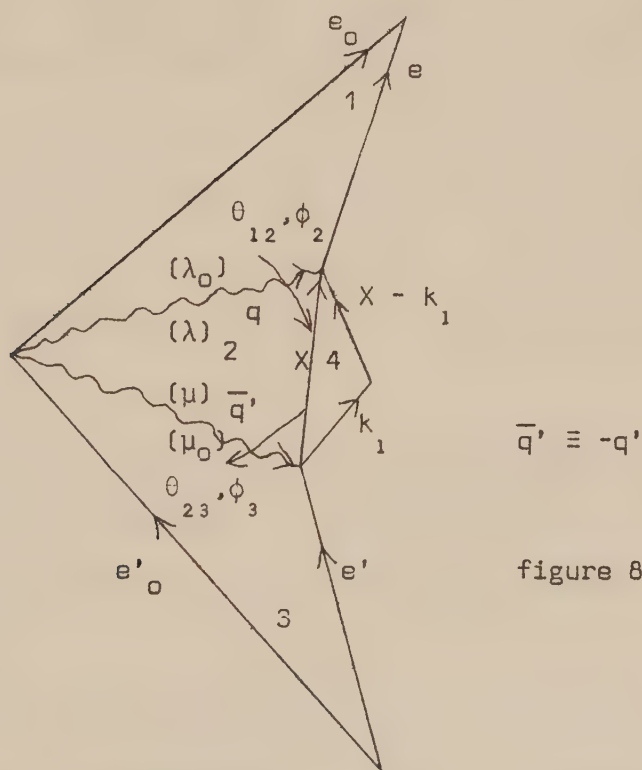


figure 8

Pour les définitions des tétrades d'hélicité des particules externes, ainsi que des particules échangées, nous renvoyons le lecteur aux pages 16, 20, 26, 38. Néanmoins, nous ferons quelques remarques. Nous notons par $\{ \epsilon_{\lambda_0}(q) \}$ et $\{ \epsilon'_{\lambda}(q) \}$ ($\lambda_0, \lambda = +, 0, -, //$) les tétrades d'hélicité

de γ_e^* par rapport aux plans $1(e_0 \text{ e } q)$ et $2(q \bar{q}' X)$ respectivement. Nous prenons $\epsilon_2(q)$ orthogonal à la fois à $1(e_0 \text{ e } q)$ et à $2(q \bar{q}' X)$, tandis que $\epsilon'_2(q)$ est orthogonal à $2(q \bar{q}' X)$ et $4(X k_1 X - k_1)$, où k_1 est la quadri-impulsion de l'une des particules du système X . De même nous notons par $\{\epsilon_{\mu_0}(\bar{q}')\}$ et $\{\epsilon'_\mu(\bar{q}')\}$ ($\mu_0, \mu = +, 0, -, //$) les tétrades d'hélicité de γ_e^* par rapport aux plans $3(e'_0 \text{ e' } \bar{q}')$ et $2(q\bar{q}'X)$ respectivement. Nous prenons ici $\epsilon_2(\bar{q}')$ orthogonal aux plans $3(e'_0 \text{ e' } \bar{q}')$ et $2(q \bar{q}' X)$; $\epsilon'_2(\bar{q}')$ orthogonal aux plans $2(q \bar{q}' X)$ et $4(X k_1 X - k_1)$.

L'indice d'hélicité μ de γ_e^* est défini

- sur l'axe z^* (en langage tridimensionnel, l'axe z^* est l'axe de collision $\gamma_e^* \gamma_e^*$ dans le système de X au repos; son orientation positive est donnée par $q_{z^*} > 0$) lorsque ce photon est considéré comme sortant.
- sur l'axe $-z^*$, lorsqu'il est considéré comme entrant (hélicité usuelle).

Dans les références ((9)) et ((11)), l'indice d'hélicité μ est défini

- sur l'axe z^* , lorsque ce photon est considéré comme entrant.

Par rapport aux formules que nous déduirons ici, il faut donc renverser cet indice pour retrouver les formules équivalentes dans ((9)) et ((11)).

Nous pouvons maintenant écrire pour I , en tenant compte de ces remarques, et au cas où les particules initiales ne sont pas polarisées et où l'on ne mesure pas les polarisations des particules finales

$$I = \frac{1}{4} \sum_{\substack{\lambda_{e_0}, \lambda_{e'_0} \\ \lambda_e, \lambda_{e'}, \{\lambda_i\}}} |j_\alpha M^{\alpha\nu} j'_\nu|^2 \quad (2.7)$$

où

$\{ \lambda_i \}$ = ensemble des hélicités des particules du système X; j_α est le courant relatif au vertex $e_o \gamma_e^* e$; j'_ν le courant relatif au vertex $e'_o \gamma_e'^* e'$, et $M^{\alpha\nu}$ est le tenseur.

$$M^{\alpha\nu} = \int d^4 y e^{iqy} \langle X | T (J^\alpha(y) J^\nu(0)) | 0 \rangle \quad (2.8)$$

D'après (1.2), (1.48), nous pouvons écrire pour l'amplitude N du processus † .

$$\begin{aligned} N &= j_\alpha M^{\alpha\nu} j'_\nu = j_\alpha \epsilon_{\lambda}^{*\alpha}(q) \epsilon^{\rho\lambda}(q) M_{\rho\sigma} \epsilon^{\sigma\mu}(q') \epsilon_{\mu}^{*\nu}(q') j'_\nu = \\ &= j_\alpha \epsilon_{\lambda_o}^{*\alpha}(q) (r(\theta_{12}, \phi_2))_{\lambda}^{\lambda_o} \epsilon^{\rho\lambda}(q) M_{\rho\sigma} \epsilon^{\sigma\mu}(q') \cdot \\ &\quad (r(\theta_{23}, \phi_3))_{\mu}^{\mu_o} \epsilon_{\mu_o}^{*\nu}(q') j'_\nu \end{aligned} \quad (2.9)$$

où les expressions analytiques de θ_{12} et θ_{23} sont données dans l'appendice 3, et celles de ϕ_2 et ϕ_3 dans l'appendice 2. Ici formellement

$$(r(\theta_{12}, \phi_2))_{\lambda}^{\lambda_o} = (d^1(\theta_{12}))_{\lambda}^{\lambda_o} e^{i\lambda\phi_2}$$

et une expression analogue pour $r(\theta_{23}, \phi_3)$.

Introduisons les amplitudes d'hélicité généralisées, compte tenu de (1.49), par

$$\begin{aligned} j_{\lambda_{e_o} \lambda_e \lambda_o}(q^2) &\equiv j_\alpha \epsilon_{\lambda_o}^{*\alpha}(q) \\ j'_{\lambda_{e'_o} \lambda_{e'} \mu_o}(q'^2) &\equiv j'_\nu \epsilon_{\mu_o}^{*\nu}(q') \end{aligned} \quad (2.9')$$

† Dans le cas de collisions $e^- e^-$ nous devons ajouter, à cause de l'identité des particules, une autre amplitude qui s'obtient à partir de (2.9) en faisant $q \leftrightarrow q'$.

$$M_{\{\lambda_1\}}^{\lambda \mu}(q^2; q'^2; M^2 \dots) \equiv \varepsilon_{\rho}^{\lambda} M_{\rho \sigma} \varepsilon_{\sigma}^{\mu}(q') \quad (2.10)$$

qui ne sont rien d'autre que les amplitudes d'hélicité (invariantes relativistes) correspondant aux processus

$$e_0 \rightarrow e \gamma_e^*; \quad e'_0 \rightarrow e' \gamma_e'^*; \quad \gamma_e^* \gamma_e'^* \rightarrow X$$

respectivement.

En tenant compte de (2.7), (2.9), (2.9'), nous aurons en conséquence

$$I = A_{\lambda \lambda'}^{\lambda \lambda' \mu \mu'}(q^2; \theta_{12}, \phi_2) B^{\lambda \lambda' \mu \mu'}(q^2; q'^2; M^2 \dots) C_{\mu \mu'}(q'^2; \theta_{23}, \phi_3) \quad (2.10')$$

où

$$\begin{aligned} A_{\lambda \lambda'}(q^2; \theta_{12}, \phi_2) &= A_{\lambda_0 \lambda_0}^{\lambda \lambda'}(q^2) (R(\theta_{12}))_{\lambda_0 \lambda_0}^{\lambda \lambda'} e^{i(\lambda - \lambda')\phi_2} = \\ &= A_{\lambda \lambda'}(q^2; \theta_{12}) e^{i(\lambda - \lambda')\phi_2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} C_{\mu \mu'}(q'^2; \theta_{23}, \phi_3) &= (R(\theta_{23}))_{\mu_0 \mu_0}^{\mu \mu'} C_{\mu_0 \mu_0}(q'^2) e^{i(\mu - \mu')\phi_3} = \\ &= C_{\mu \mu'}(q'^2; \theta_{23}) e^{i(\mu - \mu')\phi_3} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$B^{\lambda \lambda' \mu \mu'}(q^2; q'^2; M^2 \dots) = \sum_{\{\lambda_1\}} M_{\{\lambda_1\}}^{\lambda \mu}(q^2; q'^2; M^2 \dots) M_{\{\lambda_1\}}^{*\lambda' \mu'}(q^2; q'^2; M^2 \dots) \quad (2.13)$$

et d'après (1.53), (1.54) et (1.65)

$$\begin{aligned} A_{\lambda_0 \lambda_0}^{\lambda \lambda'}(q^2) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda_e, \lambda_e} \delta_{\lambda_{e_0} - \lambda_e, \lambda_0} \delta_{\lambda_{e_0} - \lambda_e, \lambda_0} j_{\lambda_{e_0} \lambda_0}(q^2) \cdot \\ &\quad j_{\lambda_{e_0} \lambda_0}^*(q^2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$C_{\mu_0 \mu_0}^{(q'^2)} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{e_0}, \lambda_e} \delta_{\lambda_{e_0}, -\lambda_e, \mu_0} \delta_{\lambda_{e_0}, -\lambda_e, \mu_0} \cdot$$

$$j'_{\lambda_{e_0}, \mu_0}^{(q'^2)} j'^*_{\lambda_{e_0}, \mu_0}^{(q'^2)} \quad (2.15)$$

Cette fois-ci

$$R(\theta_{12}) = d^1(\theta_{12}) d^{*1}(\theta_{12}) \quad (2.16)$$

et une expression analogue pour $R(\theta_{23})$.

De (2.9') et (2.14), nous déduisons

$$A_{\lambda_0 \lambda_0}^{(q^2)} = \begin{matrix} & \lambda_0' \\ \begin{matrix} + \\ + \\ - \end{matrix} & \begin{pmatrix} + & 0 & - \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.17)$$

Nous avons une matrice analogue pour $C_{\mu_0 \mu_0}^{(q'^2)}$ en faisant $\tau \rightarrow \tau'$.

A partir de (2.11), (2.17) et (2.16) nous pouvons écrire

$$A_{\lambda \lambda}^{(q^2, \theta_{12})} = \begin{matrix} & \lambda & \\ \begin{matrix} + \\ + \\ - \end{matrix} & \begin{pmatrix} + & 0 & - \\ \frac{1}{2}(\tau(1+\cos^2\theta_{12})-\sin^2\theta_{12}) & -\frac{1}{2\sqrt{2}}(\tau+1)\sin 2\theta_{12} & \frac{1}{2}(\tau+1)\sin^2\theta_{12} \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}}(\tau+1)\sin 2\theta_{12} & \tau\sin^2\theta_{12}-\cos^2\theta_{12} & \frac{1}{2\sqrt{2}}(\tau+1)\sin 2\theta_{12} \\ \frac{1}{2}(\tau+1)\sin^2\theta_{12} & \frac{1}{2\sqrt{2}}(\tau+1)\sin 2\theta_{12} & \frac{1}{2}(\tau(1+\cos^2\theta_{12})-\sin^2\theta_{12}) \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Nous aurons une matrice similaire pour $C_{\mu \mu'}(q'^2, \theta_{23})$ où l'on substitue $\tau \rightarrow \tau'$ et $\theta_{12} \rightarrow \theta_{23}$.

Notons que, dans (2.18)

$$A_{\lambda \lambda'}(q^2, \theta_{12}) = (-1)^{\lambda-\lambda'} A_{-\lambda-\lambda'}(q^2, \theta_{12}) \quad (2.19)$$

et une relation analogue pour $C_{\mu \mu'}(q'^2, \theta_{23})$.

Compte tenu de (2.13), l'hermiticité nous dit que

$$B^{\lambda \lambda' \mu \mu'} = B^{* \lambda' \lambda \mu' \mu} \quad (2.20)$$

La parité nous permet d'écrire ⁽⁷⁶⁾

$$B^{\lambda \lambda' \mu \mu'} = (-1)^{\lambda-\mu+\lambda'-\mu'} B^{-\lambda-\lambda' -\mu-\mu'} \quad (2.21)$$

Dans le système propre de X , l'interprétation tridimensionnelle des angles ϕ_2 et ϕ_3 est la suivante (où nous définissons le plan $z^* x^*$ par $\vec{e}$; l'axe z^* est déjà défini comme étant le long de $\vec{q}$):

ϕ_2 = angle entre les plans définis par $(\vec{q}, \vec{e})$ et $(\vec{q}, \vec{k}_1)$ (angle azimuthal de $\vec{k}_1$ par rapport à $\vec{e}$).

ϕ_3 = angle entre les plans définis par $(\vec{q}', \vec{k}_1)$ et $(\vec{q}', \vec{e}')$ (ou entre les plans $(\vec{q}, \vec{k}_1)$ et $(\vec{q}, \vec{e}')$).

soit

$\phi_0 = \phi_2 + \phi_3$ l'angle entre les plans $(\vec{q}, \vec{e})$ et $(\vec{q}', \vec{e}')$ dans ce système (angle azimuthal relatif de $\vec{e}$ et $\vec{e}'$).

D'après (2.10), (2.11), (2.12), nous avons donc, pour le facteur de phase

$$e^{i(\lambda-\lambda')\phi_2} e^{i(\mu-\mu')\phi_3} = e^{i(\lambda-\lambda'-\mu+\mu')\phi_2} e^{i(\mu-\mu')\phi_0} \quad (2.22)$$

Décomposons l'espace de phase dans (2.4), de la façon suivante

$$d\rho = d\rho' d\phi_2 \quad (2.23)$$

et considérons, dans l'expression de $d\sigma$ donnée par (2.2), tenant compte de (2.3), (2.6) et (2.10), l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} e^{i(\lambda-\lambda'-\mu+\mu')\phi_2} B^{\lambda\lambda'\mu\mu'} d\phi_2 = 2\pi \delta_{\lambda-\lambda', \mu-\mu'} B^{\lambda\lambda'\mu\mu'} \quad (2.24)$$

D'après (2.24), nous appellerons

$$\lambda - \lambda' = \mu - \mu' = \eta \quad (2.25)$$

(le facteur 2π dans (2.24) sera introduit dans l'expression de dC).

Nous aurons donc, pour I , dans (2.10), compte tenu de (2.25) et (2.22)

$$I = A_{\lambda\lambda-\eta} (q^2, \theta_{12}) B^{\lambda\lambda-\eta\mu-\eta} (q^2, q'^2, M^2, \dots) C_{\mu\mu-\eta} (q'^2, \theta_{23}) e^{i\eta\phi_0} \quad (2.26)$$

D'après (2.25), nous voyons que η peut prendre toutes les valeurs

comprises entre -2 et $+2$. Nous décomposons I en fonction de ces valeurs

$$I = I_0 + (I_1 e^{i\phi_0} + I_{-1} e^{-i\phi_0}) + (I_2 e^{2i\phi_0} + I_{-2} e^{-2i\phi_0})$$

Si on tient compte de (2.26), (2.19), (2.20) et (2.21), on a [†]

$$I_0 = 2 A_{++} (B^{++++} + B^{+--+}) C_{++} + 2 A_{++} B^{++00} C_{00} + \\ + 2 A_{00} B^{00++} C_{++} + A_{00} B^{0000} C_{00}$$

$$I_1 = A_{+0} (B^{+0+0} - B^{+00-} - B^{0-+0} + B^{0-0-}) C_{+0}$$

$$I_{-1} = A_{+0} (B^{0+0+} - B^{0+-0} - B^{-00+} + B^{-0-0}) C_{+0}$$

$$I_2 = A_{+-} B^{+-+-} C_{+-}$$

$$I_{-2} = A_{+-} B^{+--+} C_{+-}$$

d'où nous déduisons

$$I_1 e^{i\phi_0} + I_{-1} e^{-i\phi_0} = 2 \cos \phi_0 A_{+0} (B^{+0+0} - B^{+00-} - B^{0-+0} + B^{0-0-}) C_{+0} =$$

$$= 4 \cos \phi_0 A_{+0} \operatorname{Re} (B^{+0+0} - B^{+00-}) C_{+0}$$

$$I_2 e^{i2\phi_0} + I_{-2} e^{-i2\phi_0} = 2 A_{+-} B^{+-+-} C_{+-} \cos 2\phi_0$$

[†] Rappelons que l'indice $\pm$ figure pour ± 1

En conséquence, nous avons pour I

$$\begin{aligned}
 I = & 2 A_{++} C_{++} (B^{++++} + B^{+--+}) + 2 A_{++} C_{00} B^{++00} + 2 A_{00} C_{++} B^{00++} + \\
 & A_{00} C_{00} B^{0000} + 4 A_{+0} C_{+0} \cos \phi_0 \operatorname{Re} (B^{+0+0} - B^{+00-}) + \\
 & + 2 A_{+-} C_{+-} \cos 2 \phi_0 B^{+-+-}
 \end{aligned} \quad (2.27)$$

(où nous avons sous-entendu la dépendance de A en q^2 , θ_{12} , celle de C en q'^2 , θ_{23} et celle de B en q^2 , q'^2 , M^2 et les autres variables que nous notons par ...). Donc, compte tenu de (2.3), (2.5), (2.6) et (2.27), nous pouvons écrire la section efficace différentielle (2.2) du processus considéré comme

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \frac{\alpha^4}{2^4 \pi E_0^4} d\omega d\omega' \frac{d\tau}{\tau^2} \frac{d\tau'}{\tau'^2} d\phi d\phi' A_{\lambda\lambda-\eta} (q^2, \theta_{12}) \cdot \\
 & C_{\mu\mu-\eta} (q'^2, \theta_{23}) e^{i\eta\phi_0} \int d\rho' (2\pi)^4 \delta^4(q+q'-X) B^{\lambda\lambda-\eta\mu\mu-\eta} (q^2, q'^2, M^2 \dots)
 \end{aligned} \quad (2.28)$$

C'est une formule exacte (la seule approximation étant $m^2 \ll E_0^2, E^2, E'^2$).

Un cas particulier, intéressant, est celui où les particules de l'état X produit n'ont pas de spin (exemple : $\pi^+ \pi^-$, $K^+ K^-$, $\pi^0 \pi^0 \dots$).

En effet

a) dans (2.13) la somme sur les états de spin finaux disparaît, et nous avons simplement

$$\begin{aligned}
 \lambda\lambda'\mu\mu' \\
 B & = \begin{matrix} \lambda\mu \\ M \end{matrix} * \begin{matrix} \lambda'\mu' \\ M \end{matrix}
 \end{aligned} \quad (2.28')$$

b) tenant compte de

$$\begin{aligned}
 \lambda\mu \\
 M & = \epsilon (-1)^{\lambda-\mu} \begin{matrix} \lambda-\mu & -\lambda-\mu \\ & M \end{matrix}
 \end{aligned} \quad (2.29)$$

(ϵ = produit des parités intrinsèques)

nous pouvons écrire pour $I,^\dagger$

$$\begin{aligned}
 I = & 2 A_{++} C_{++} (|M^{++}|^2 + |M^{+-}|^2) + 2 A_{++} C_{00} |M^{+0}|^2 + \\
 & + 2 A_{00} C_{++} |M^{0+}|^2 + A_{00} C_{00} |M^{00}|^2 + \\
 & + 4 A_{+0} C_{+0} \cos \phi_0 \operatorname{Re} (M^{++} M^{*00} + M^{+0} M^{*0+}) + \\
 & + 2 A_{+-} C_{+-} \cos 2 \phi_0 |M^{++}|^2
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Nous avons exprimé la section efficace différentielle du processus considéré en fonction de

$$B'^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2; q'^2, \dots) = \int dp' (2\pi)^4 \delta^4(q+q'-X) B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2; q'^2, M^2, \dots) \tag{2.31}$$

qui n'est rien d'autre que la contribution à la partie absorptive de l'amplitude de diffusion élastique $\gamma \gamma$ vers l'avant, due à l'état X sommé sur dp' . Si nous mesurons toutes les particules de l'état X nous aurons ce qu'on appelle dans la littérature un processus exclusif; si l'état X est seulement mesuré partiellement, nous avons un processus inclusif, et nous ferons la somme dans (2.31) uniquement sur les variables non mesurées. Les fonctions $B'^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2; q'^2, M^2)$, dans (2.31), satisfont aussi les relations (2.20) et (2.21).

Si dans (2.1) aucun des états finals X possibles n'est mesuré, nous devons dans (2.31) faire la somme sur tous les X possibles. Dans ce cas, les $B'^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2; q'^2, M^2)$ deviennent les parties absorptives des

[†] D'après la remarque faite dans la page 49, pour retrouver la formule 5 de l'appendice de la réf.11, nous devons changer dans (2.30) le signe des indices μ et μ' , et tenir compte de (2.19) et (2.29). Le facteur 1/4 ici a été introduit dans les définitions (2.14) et (2.15), et les autres éléments sont dans (2.3).

amplitudes d'hélicité de diffusion vers l'avant des processus élastiques

$$\gamma_{(q,\lambda')} + \gamma_{(q',\mu')} \rightarrow \gamma_{(q,\lambda)} + \gamma_{(q',\mu)}$$

Nous avons dans ce cas

$$B'_{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2, q'^2, M^2) \equiv \epsilon'_{\rho\lambda}(q) \epsilon'_{\sigma\mu}(q') M_{\rho\sigma\eta\nu}(q, q') \epsilon'_{\eta\lambda'}(q) \epsilon'_{\nu\mu'}(q') \quad (2.32)$$

où

$$M_{\rho\sigma\eta\nu}(q, q') = \int d^4u d^4y d^4z e^{-iq(u-z) - iq'y} \langle 0 | T^*(J_\rho(u) J_\sigma(y)) T(J_\eta(z) J_\nu(0)) | 0 \rangle$$

Les amplitudes (2.32) satisfont les relations (2.20) et (2.21), ainsi que celle dérivée de l'invariance par rapport au renversement du temps

$$B'_{\lambda\lambda'\mu\mu'} = B'_{\lambda\lambda'\mu\mu'} \quad (2.32')$$

et celle dérivée de la conservation du moment angulaire

$$B'_{\lambda\lambda'\mu\mu'} = \delta_{\lambda-\lambda', \mu-\mu'} B'_{\lambda\lambda'\mu\mu'}$$

En plus l'invariance de jauge

$$\rho_q M_{\rho\sigma\eta\nu} = q'_\sigma M_{\rho\sigma\eta\nu} = M_{\rho\sigma\eta\nu} q_\eta = M_{\rho\sigma\eta\nu} q'_\nu = 0$$

donne lieu à des théorèmes de basse énergie sur les amplitudes d'hélicité.

Nous n'insisterons pas sur ce dernier point. Compte tenu de ces remarques, nous aurons l'expression de la section efficace différentielle du processus (2.1) sommé sur tous les états X possibles, comme suit

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{2^5 \pi^2 E_0^4} d\omega d\omega' \frac{d\tau}{\tau^2} \frac{d\tau'}{\tau'^2} d\phi d\phi' A_{\lambda\lambda-\eta} (q^2, \theta_{12}) \cdot B'_{\lambda\lambda-\eta\mu\mu-\eta} (q^2, q'^2, M^2) C_{\mu\mu-\eta} (q'^2, \theta_{23}) e^{i\eta\phi_0} \quad (2.33)$$

où les derniers facteurs sont donnés par (2.27) en changeant $B \rightarrow B'$.

Donc, en mesurant uniquement l'électron et le positron diffusés, nous pouvons en principe, d'après (2.33) et (2.27), déterminer six combinaisons formées à partir des huit amplitudes absorptives indépendantes de diffusion élastique virtuelle photon-photon vers l'avant.

APPROXIMATION DES PETITS TRANSFERTS ET DOUBLE APPROXIMATION

" DU TYPE WILLIAMS-WEIZSÄCKER "

En plus de l'approximation extrême-relativiste, pour l'électron et le positron (incidents et diffusés), nous allons maintenant nous placer dans l'approximation de petits transferts, c'est-à-dire

$$\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2} \ll 1 \quad (2.34)$$

Dans ces conditions, nous avons les conséquences 1, 2, 3, suivantes:

- 1) Les termes longitudinaux (c'est-à-dire les termes où γ_e^* ou / et $\gamma_e'^*$ a une polarisation longitudinale (ou encore $\lambda(\lambda')$ ou / et $\mu(\mu') = 0$) dans les expressions de $B_{\lambda\lambda'\mu\mu'}$, à l'intérieur de la section efficace différentielle (2.28)), sont négligeables par rapport aux termes transversaux.

En effet, supposons que l'on considère la contribution de la composante longitudinale du photon γ_e^* . Nous pouvons évaluer $M^{\lambda\mu}$ (voir (2.10))[†] dans n'importe quel système. Nous avons, en particulier, dans le système de X au repos

$$\epsilon'^{\parallel}(q) = \frac{1}{\sqrt{t}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & |\vec{q}| & q^0 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon'^0(q) = \frac{1}{\sqrt{t}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & q^0 & |\vec{q}| \end{pmatrix}$$

De

$$t = q^2 = |\vec{q}|^2 - q^{0^2} \quad \text{et} \quad q^0 = \frac{M}{2}$$

† Nous sous-entendons la dépendance par rapport à l'ensemble des indices d'hélicité $\{\lambda_i\}$, ainsi que par rapport à $q^2, q'^2, M^2, \dots$

nous tirons

$$|\vec{q}| - q^0 = \sqrt{q^{02} + t} - q^0 \simeq q^0 \left(1 + \frac{t}{2 q^{02}}\right) - q^0 = \frac{t}{2 q^0} = \frac{t}{M} \quad (2.35)$$

Considérons dans (2.10) l'expression que l'on obtient, compte tenu de l'invariance de jauge

$$\begin{aligned} M^{\mu} &= \varepsilon'_{\nu} (q) M^{\mu}_{\nu} = \varepsilon'_{\nu} (q) M^{\mu}_{\nu} - \varepsilon'_{\nu} (q) M^{\mu}_{\nu} = \\ &= - \frac{1}{\sqrt{t}} (|\vec{q}| - q^0) (M_3^{\mu} + M_4^{\mu}) \simeq - \frac{\sqrt{t}}{M} (M_3^{\mu} + M_4^{\mu}) \simeq \\ &\simeq O\left(\frac{\sqrt{t}}{M}\right) \text{ (par rapport aux termes transversaux)} \end{aligned} \quad (2.36)$$

(0, // , μ , indices d'hélicité)

Pour obtenir (2.36) nous supposons a priori que l'on n'a pas $M_3^{\mu}, M_4^{\mu} \gg M_+^{\mu}, M_-^{\mu}$. Le même raisonnement est bien sûr applicable au γ_e^* . En conséquence, tous les termes longitudinaux dans (2.27 et 2.28), à l'approximation (2.34), sont négligeables vis-à-vis des termes transversaux.

Dans ce cas, l'expression de I dans (2.27) se réduit à

$$I = 2 A_{++} C_{++} (B^{++++} + B^{+---}) + 2 A_{+-} C_{+-} \cos 2 \phi_0 B^{++--} \quad (2.37)$$

2) Dans l'appendice 4, nous démontrons en toute rigueur, que dans les conditions déjà énoncées, nous avons la relation

$$\cos \phi_0 \simeq (1 + O\left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2}\right)) \cos \bar{\phi} + O\left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2}\right) \quad (2.38)$$

où ϕ_0 et $\bar{\phi}$ sont définis dans les pages 53 et 46 respectivement. Donc, dans l'expression de la section efficace différentielle donnée par (2.28), compte tenu de (2.37), le terme en $\cos 2 \phi_0$ (voir formule (45) dans l'appendice 4) disparaît dans l'intégration sur $\bar{\phi}$, à l'approximation considérée (nous avons fait dans (2.28) le changement de variable

$$(\phi, \phi') \rightarrow (\phi, \bar{\phi} = \phi' - \phi).$$

3) Pour les termes B^{++++} et B^{++--} , nous avons

$$B^{++++}(t, t', M^2, \dots) \xrightarrow[t, t' < M^2]{} B^{++++}(0, 0, M^2, \dots) + O\left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}\right) \quad (2.39)$$

$$B^{++--}(t, t', M^2, \dots) \xrightarrow[t, t' < M^2]{} B^{++--}(0, 0, M^2, \dots) + O\left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}\right)$$

En plus, dans les expressions (2.18) de A_{++} et C_{++} , nous pouvons approcher les valeurs exactes de $\cos \theta_{12}$ et $\cos \theta_{23}$ données dans l'appendice 3 par

$$\begin{aligned} \cos \theta_{12} &\simeq \frac{8 E_0 \omega' - 4 \omega \omega'}{\sqrt{1 + \frac{4 m^2}{t}} 4 \omega \omega'} = \\ &= \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}} \frac{2 E_0 - \omega}{\omega} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}} \sqrt{\frac{\tau_{\min} + 1}{\tau_{\min}}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Similairement

$$\cos \theta_{23} \simeq - \sqrt{\frac{\tau'}{1 + \tau'}} \sqrt{\frac{\tau'_{\min} + 1}{\tau'_{\min}}} \quad (2.41)$$

(nous avons tenu compte de (2.5), (2.34), et ((33) dans l'appendice 4) respectivement).

En introduisant (2.40) et (2.41) dans les expressions de A_{++} et C_{++} , nous aurons

$$\begin{aligned} A_{++}(\tau, \theta_{12}) &= \frac{1}{2} (\tau (1 + \cos^2 \theta_{12}) - \sin^2 \theta_{12}) \simeq \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(2\tau + \frac{\tau}{\tau_{\min}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

De façon analogue

$$C_{++}(\tau', \theta_{23}) \simeq \frac{1}{2} \left(2\tau' + \frac{\tau'}{\tau'_{\min}} - 1 \right) \quad (2.43)$$

En conséquence, nous écrirons la section efficace différentielle du processus (2.1)[†] dans l'approximation déjà énoncée comme

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{2^4 E_0^4} d\omega d\omega' d\phi d\tau d\tau' \left(\frac{2\tau_{\min} + 1}{\tau \tau_{\min}} - \frac{1}{\tau^2} \right) \cdot$$

$$\left(\frac{2\tau'_{\min} + 1}{\tau' \tau'_{\min}} - \frac{1}{\tau'^2} \right) \int dp' (2\pi)^4 \delta^4(q+q'-X) (B^{++++}(0,0,M^2,\dots) + B^{++--}(0,0,M^2,\dots))$$

(2.44)

Si nous intégrons sur ϕ , τ et τ' , nous aurons

$$d\sigma = \frac{\pi\alpha^4}{2^3 E_0^4} FF' d\omega d\omega' \int dp' (2\pi)^4 \delta^4(q+q'-X) (B^{++++}(0,0,M^2,\dots) + B^{++--}(0,0,M^2,\dots))$$

(2.45)

où

$$F = \frac{2\tau_{\min} + 1}{\tau_{\min}} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} - \frac{1}{\tau_{\min}} + \frac{1}{\tau_{\max}}$$

(2.46)

$$F' = \frac{1 + 2\tau'_{\min}}{\tau'_{\min}} \ln \frac{\tau'_{\max}}{\tau'_{\min}} - \frac{1}{\tau'_{\min}} + \frac{1}{\tau'_{\max}}$$

(2.47)

avec

$$\tau_{\min} = \frac{\omega^2}{4 E_0 (E_0 - \omega)}$$

$$\tau_{\max} = \tau_{\min} + \frac{E_0 (E_0 - \omega)}{2 m^2} (1 - \cos \theta_{\max})$$

(2.48)

et des définitions analogues pour $\tau'_{\min}$, $\tau'_{\max}$.

Si nous appelons

$$\alpha = \frac{E_0}{\omega} \quad \text{et} \quad \beta = 1 + \frac{4 E_0^2}{m^2} (\alpha - 1)^2 \sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2}$$

$$\alpha' = \frac{E_0}{\omega'} \quad \text{et} \quad \beta' = 1 + \frac{4 E_0^2}{m^2} (\alpha' - 1)^2 \sin^2 \frac{\theta'_{\max}}{2}$$

(2.48')

[†] Dans le cas $e^- e^- \rightarrow e^- e^- X$, nous avons négligé le terme d'échange, puisqu'il fait intervenir des transferts infiniment supérieurs.

nous pouvons écrire (2.46) et (2.47) de la façon suivante

$$F(\omega, \theta_{\max}) = 2(2\alpha(\alpha-1)+1) \ln \beta + 4\alpha(\alpha-1)\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \quad (2.49)$$

$$F'(\omega', \theta'_{\max}) = 2(2\alpha'(\alpha'-1)+1) \ln \beta' + 4\alpha'(\alpha'-1)\left(\frac{1}{\beta'} - 1\right)$$

Nous pouvons mettre (2.45) sous la forme

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 M^2}{(2\pi)^2 2^4 E_0^4} F(\omega, \theta_{\max}) F'(\omega', \theta'_{\max}) d\omega d\omega' \sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}(\omega, \omega') \quad (2.49')$$

où

$$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}(\omega, \omega') = \frac{(2\pi)^7 \alpha^2}{M^2} \int \delta^4(q+q'-X) \{B^{++++}(0,0,M, \dots) + B^{++--}(0,0,M^2, \dots)\} dp' \quad (2.50)$$

D'après (2.49') tout se passe donc comme si l'on avait des collisions photon-photon de deux faisceaux de photons quasi-réels, de direction opposée, et où le spectre de photons de chaque faisceau est donné par

$$P(\omega) d\omega = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\omega}{E_0^2} F(\omega) d\omega \quad (2.50')$$

(à E_0 et $\theta_{\max}$ fixés) et

$$P'(\omega') d\omega' = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\omega'}{E_0^2} F'(\omega') d\omega' \quad (2.50'')$$

(à E_0 et $\theta'_{\max}$ fixés), respectivement.

Si nous voulons plutôt exprimer la section efficace différentielle en fonction de la masse de l'état X , c'est-à-dire de l'énergie totale, dans le système de X au repos, du processus $\gamma + \gamma' \rightarrow X$, nous utilisons la relation

$$2\omega d\omega' = M dM \quad (\text{à } \omega \text{ constante})$$

et, tenant compte du fait que $\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}$ est fonction seulement de M ,

nous avons

$$\frac{d\sigma}{dM} = \frac{\alpha^2 M^3}{(2\pi)^2 2^5 E_0^4} \sigma_{YY'} \rightarrow X^{(M)} \int \frac{d\omega}{\omega} F(\omega) \hat{F}'\left(\frac{M^2}{4\omega}\right) \quad (2.51)$$

(voir formule (10) de l'appendice correspondant à la référence 11).

Ainsi se trouve établie la double approximation du type Williams-Weizsäcker, sous la condition (2.34). C'est à notre avis la démonstration la plus rigoureuse qui ait été donnée jusqu'ici de cette approximation.

Nous désirons faire plusieurs commentaires. D'une part, sur l'approximation même; d'autre part sur les travaux récents d'autres auteurs.

Si dans (2.2), compte tenu de (2.6) et (2.10'), nous n'intégrons pas sur les angles azimuthaux, nous aurons une longue expression de la section efficace différentielle (complète), que nous n'écrirons pas ici, sans l'approximation des petits transferts (la seule approximation étant l'approximation extrême-relativiste pour les particules e^+ incidentes et diffusées). Cette formule s'établit sans difficulté à partir de (2.2), (2.5), (2.6) et (2.10').

Si, dans cette expression, nous employons l'approximation des petits transferts, et en plus, nous appelons χ_2 l'angle orbital de la particule de quadri-impulsion k_1 , dans le système de X au repos (l'angle azimuthal correspondant étant ϕ_2), et nous décomposons l'expression de $d\bar{\rho}$ dans (2.6) de la façon suivante

$$d\bar{\rho} = (2\pi)^4 \delta^4(q+q'-X) d\rho'' d \cos \chi_2 d \phi_2 = d\bar{\rho}'' d \cos \chi_2 d \phi_2 \quad (2.52)$$

nous aurons l'expression de la section efficace différentielle donnée par

$$d\sigma(E_0; E, \theta, \phi; E', \theta', \phi'; \cos \chi_2, \psi_2) = \frac{\alpha^4}{2^7 m^4} \frac{E E'}{E_0^2} dE d \cos \theta d \phi \cdot dE' d \cos \theta' d \phi' \left(\frac{2 \tau_{\min} + 1}{\tau \tau_{\min}} - \frac{1}{\tau^2} \right) \left(\frac{2 \tau'_{\min} + 1}{\tau' \tau'_{\min}} - \frac{1}{\tau'^2} \right) \frac{d \cos \chi_2 d \psi_2}{4 \pi^2} \cdot \int B(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \psi_2, \phi, \phi', \dots) d\bar{\rho}'' \quad (2.53)$$

où B est

$$\begin{aligned}
 B(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \psi_2, \phi, \phi', \dots) &= 2 (B^{++++}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots) + \\
 &+ B^{++--}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots)) - 2 \epsilon \cos 2 (\psi_2 - \phi) (B^{+-++}(0, 0, M^2, \\
 &\cos \chi_2, \dots) + B^{+---}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots)) - 2 \epsilon' \cos 2 (\psi_2 - \phi') . \\
 &(B^{+++-}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots) + B^{--+-}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots)) + 2 \epsilon \epsilon' . \\
 &\cos 2 (2 \psi_2 - \phi - \phi') B^{+--+}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots) + 2 \epsilon \epsilon' \cos 2 (\phi - \phi') . \\
 &B^{+-+-}(0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots)
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

où $\psi_2 = \phi_2 + \phi$ est l'angle azimuthal, dans le système du laboratoire, de la particule de quadri-impulsion k_1 [†] et où

[†] χ_2 , angle orbital, dans le système de X au repos, d'une particule créée de quadri-impulsion k_1 , est relié à χ'_2 , angle orbital de cette particule dans le système du laboratoire, par une simple transformation de Lorentz, à savoir

$$\operatorname{ctg} \chi'_2 = \frac{1}{M \beta \sin \chi_2} (\omega - \omega' + (\omega + \omega') \beta \cos \chi_2) \tag{2.55}$$

avec

$$\beta = \left(1 - \frac{2(M'^2 + \mu^2)}{M^2} + \frac{(M'^2 - \mu^2)^2}{M^4} \right)^{1/2} \tag{2.56}$$

où μ = masse de la particule créée de quadri-impulsion k_1

M' = masse invariante de l'ensemble des autres particules créées.

Quant à ϕ_2 , c'est aussi bien — puisque dans notre approximation les axes de collision $\vec{e}_0$ $\vec{e}'_0$ et γ_e^* $\gamma_e'^*$ sont confondus — l'angle entre les plans $(\vec{e}_0, \vec{e})$ et $(\vec{e}_0, \vec{k}_1)$, c'est-à-dire l'angle azimuthal de la particule k_1 par rapport à l'électron e , dans le système du laboratoire.

$$\varepsilon = - \frac{A_{+-}}{A_{++}} = \frac{\tau - \tau_{\min}}{2 \tau \tau_{\min} + \tau - \tau_{\min}} \quad (2.57)$$

est le paramètre de polarisation du photon γ_e^* de quadri-impulsion q , et

$$\varepsilon' = - \frac{C_{+-}}{C_{++}} = \frac{\tau' - \tau'_{\min}}{2 \tau' \tau'_{\min} + \tau' - \tau'_{\min}} \quad (2.58)$$

est le paramètre de polarisation du photon $\gamma_e'^*$ de quadri-impulsion q' .

(Nous entendons ici "polarisation" dans le sens que l'on donne à ce terme pour un photon réel).

En utilisant les symboles $\gamma_p, \gamma'_p, \gamma_{np}, \gamma'_{np}$, selon que γ_e^* ou $\gamma_e'^*$ sont polarisés ou non polarisés, nous pouvons écrire (2.53), tenant compte de (2.54), sous la forme

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 M^2}{2^8 \pi^2 m^4} \frac{E E'}{E_0^2} dE d\cos\theta d\phi dE' d\cos\theta' d\phi' \cdot \left(\frac{2\tau_{\min} + 1}{\tau \tau_{\min}} - \frac{1}{\tau^2} \right) \left(\frac{2\tau'_{\min} + 1}{\tau' \tau'_{\min}} - \frac{1}{\tau'^2} \right) \frac{d\cos\chi_2 d\psi_2}{4\pi^2} W(0, 0, M^2, \cos\chi_2, \psi_2, \phi, \phi') \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} & \text{où} \quad \frac{d^2\sigma}{d^2\sigma} \text{ polarisé} \\ W(0, 0, M^2, \cos\chi_2, \psi_2, \phi, \phi') &= \frac{\gamma\gamma' + X}{d\cos\chi_2 d\psi_2} (0, 0, M^2, \cos\chi_2, \psi_2, \phi, \phi') = \\ &= \overset{I}{W_{\gamma_{np} \gamma'_{np}}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) - \varepsilon \cos 2(\psi_2 - \phi) \overset{II}{W_{\gamma_p \gamma'_{np}}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) \\ &\quad - \varepsilon' \cos 2(\psi_2 - \phi') \overset{III}{W_{\gamma_{np} \gamma'_p}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) + \\ &\quad + \varepsilon \varepsilon' \cos 2(2\psi_2 - \phi - \phi') \overset{IV}{W_{\gamma_p \gamma'_p}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) + \\ &\quad + \varepsilon \varepsilon' \cos 2(\phi - \phi') \overset{V}{W_{\gamma_p \gamma'_p}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) \quad (2.60) \end{aligned}$$

où

$$W_{\gamma_{np} \gamma'_{np}} (0, 0, M^2, \cos\chi_2) = \frac{(2\pi)^2 \alpha^2}{M^2} \int d\bar{\rho}'' (B^{++++} (0, 0, M^2, \cos\chi_2, \dots) +$$

$$+ B^{++--} (0, 0, M^2, \cos \chi_2, \dots) \quad (2.61)$$

et des définitions analogues pour $W^{II} \dots W^V$ en substituant les $B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}$ correspondants (voir (2.54)).

Si nous supposons que les facteurs d'acceptance ($\neq 100\%$) interviennent seulement pour les angles azimuthaux, nous pouvons intégrer (2.59) sur $\cos \theta$ et $\cos \theta'$ (tenant compte de (2.5), (2.6))

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 M^2}{2^6 \pi^2 E_0^4} F F' d\omega d\omega' d\phi d\phi' \frac{d \cos \chi_2 d\psi_2}{4 \pi^2} \frac{d^2 \sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}^{\text{polarisé}}}{d \cos \chi_2 d\psi_2} (0, 0, M^2, \cos \chi_2, \psi_2, \phi, \phi') \quad (2.62)$$

(comparer avec formule (2.49) !).

L'expression (2.59) peut être importante pour les physiciens expérimentateurs. Nous l'avons calculé il y a environ 24 mois à l'intention des physiciens expérimentateurs de DESY, pour le cas d'un dispositif de détection qui comporterait des facteurs d'acceptance variables pour les différents angles orbitaux et azimuthaux à l'intérieur de l'espace de détection.

Maintenant, nous allons faire quelques commentaires sur deux travaux récents sur le même sujet :

1) Le travail de Brodsky, Kinoshita et Terazawa ^{(17), (47)}, qui appliquent également la double approximation de Williams-Weizsäcker (dorénavant appelé double approximation de W.W), présente quelques différences avec la nôtre, à savoir :

- a) Les conditions de validité ne sont pas définies de façon précise.
- b) L'expression, obtenue par ces auteurs, de la section efficace différentielle dans cette approximation est légèrement différente de la nôtre. En effet, ces auteurs, pour démontrer la formule

de W. W. simple (formule A.2 de l'appendice de la référence 47) - formule qu'ils généralisent ensuite à l'échange de deux photons -, utilisent l'approximation

$$d\sigma(\omega, q^2) \simeq d\sigma(\omega, 0) \quad (\text{pour } q^2 \rightarrow 0) \quad (2.63)$$

qui est moins correcte que l'approximation utilisée par nous, à savoir

$$d\sigma(M^2, q^2) \simeq d\sigma(M^2, 0) \quad (\text{pour } q^2 \ll M^2) \quad (2.64)$$

On vérifie facilement, en effet, que les relations (2.63) et (2.64) ne sont pas du tout équivalentes, pour les collisions $\gamma\gamma$, dans la région $\omega \ll M$, sauf si l'on adopte la condition $q^2 \ll \omega^2$, qui est alors beaucoup plus restrictive que la nôtre.

- 2) Cheng et Wu ⁽⁴⁸⁾ ont récemment contesté l'application de la double approximation de W.W. pour le cas particulier $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\pi^-\pi^+$, et proposé des formules établies par eux. Le travail de Cheng et Wu comporte un certain nombre d'inexactitudes dues à une compréhension trop superficielle du problème, et que nous allons relever ici.
 - a) D'entrée, les auteurs affirment qu'il est possible de déterminer toutes les amplitudes et phases de $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ sans détecter les $e^\pm$ sortants. Ceci est évidemment absurde, car avec deux particules mesurées, on n'a que six paramètres finals, alors qu'il en faut sept pour reconstituer les événements; ceci sans parler des problèmes de réjection du background (par exemple, processus radiatifs), qui exigent la détermination d'au moins un paramètre supplémentaire; en outre, comme nous l'avons montré (voir références (6), (8), (11), et les chapitres suivants dans cette thèse), si l'on ne détecte pas les $e^\pm$ diffusés à petit angle, on ne peut pas à priori négliger les autres diagrammes (voir fig.7) de $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\pi^-\pi^+$,

- b) Il est vrai que les auteurs n'ignorent pas l'existence du background et proposent certains critères de réjection : L'un est la coplanarité (mais ce n'est pas un critère très net, car les événements du background peuvent comporter une certaine proportion de coplanaires; d'autre part, les bons événements sont également en partie non-coplanaires). L'autre est "l'absence du pic du ρ ". Les auteurs semblent ignorer l'existence du σ , placé dans la même région que le ρ ($m_{\sigma} \simeq 750$ MeV), et dont la recherche constitue précisément le principal objectif des futures expériences $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$
- c) Les auteurs affirment que " la masse du pion ne doit pas être négligée vis-à-vis de l'énergie des faisceaux incidents ". Or, nulle part une telle approximation n'intervient dans nos calculs.
- d) Les auteurs prétendent que la double approximation de W.W., telle que nous l'utilisons, serait basée sur le fait de traiter chacune des deux matrices densités des photons virtuels comme une matrice unité, négligeant donc les éléments non-diagonaux. Il est évident que ces éléments non-diagonaux ne sont pas ^{sont} négligés et traités comme finis dans notre calcul (voir (2.59) et (2.54)), mais ce sont les facteurs qui les multiplient qui deviennent négligeables avec nos hypothèses, à savoir : approximation des petits transferts, et intégration sur les angles azimuthaux (entre 0 et 2π chaque fois). Si l'on renonçait à intégrer sur ces derniers, on aurait les termes de polarisation ! (voir (2.59) !). Bien entendu, on pourrait dans ce cas toujours parler de double approximation de W.W. en ce sens que l'on a toujours, à l'approximation des petits transferts, deux spectres de photons

équivalents ; simplement, ces photons sont polarisés ![†].

- e) Les auteurs insistent sur le fait qu'ils n'emploient pas à priori l'approximation de Born (pion ponctuel). Mais nous non plus ne l'employons pas a priori. Nous démontrons la double approximation de W.W. dans le cas général, et n'utilisons l'approximation de Born qu'a posteriori pour obtenir des ordres de grandeur numériques.
- f) Les auteurs introduisent deux "amplitudes" (non d'hélicité) A_1 et A_2 (toutes deux correspondant à des polarisations transversales des photons), puis calculent $d\sigma$ en fonction de ces deux "amplitudes" et comparent le résultat obtenu (fort compliqué) avec celui de la double approximation de W.W. . Ils concluent "qu'il n'y a pas de rapport simple, en général", entre les deux résultats. S'ils avaient utilisé les amplitudes d'hélicité (amplitudes physiques), au lieu de pseudo-amplitudes sans signification physique, le rapport leur aurait sauté aux yeux !
- g) L'ignorance des auteurs concernant les conditions expérimentales régnant dans les anneaux de stockage va si loin qu'ils proposent de faire $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \pi^+ \pi^-$ à A C D (1 bon coup toutes

[†] Les auteurs ne semblent pas contester l'approximation simple de W.W. . Or, dans celle-ci aussi, on peut avoir un terme de polarisation, si on n'intègre pas sur tous les angles azimuthaux.

les 3 000 heures environ, d'après nos calculs réalistes)[†] et $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- K^+ K^-$ à ADONE (1 bon coup toutes les 10 000 heures environ !).

2) CALCUL DES DIAGRAMMES 7b et 7c

Nous allons d'abord calculer le diagramme 7b. Nous adoptons les mêmes appellations pour les quadri-impulsions, ainsi que (dans le système du laboratoire) pour les énergies, angles orbitaux, azimuthaux, etc ... des particules $e^\pm$ incidentes et diffusées (voir page 46); t conserve sa définition. On a toujours

$$t' = (e'_0 - e')^2$$

(mais in ne s'agit plus ici du carré de la quadri-impulsion d'un photon du genre espace). D'autre part, le photon lourd γ_t^* a pour quadri-impulsion

$$Q \equiv X, \text{ d'où } Q^2 = -M^2$$

D'après les pages 16, 17, 26 et les fig. 5 et 5' (pages 37, 38), nous pouvons établir la correspondance suivante avec la fig. 7b :

† Voir réf.(13) . ACO : luminosité $10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1}$, section efficace intégrée à $E_0 = 500 \text{ MeV}$ (conditions réalistes) $\simeq 3.10^{-36} \text{ cm}^2$.

ADONE : luminosité $10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1}$, section efficace intégrée à $E_0 = 1 \text{ GeV}$ (conditions réalistes) $\simeq 1.10^{-37} \text{ cm}^2$.

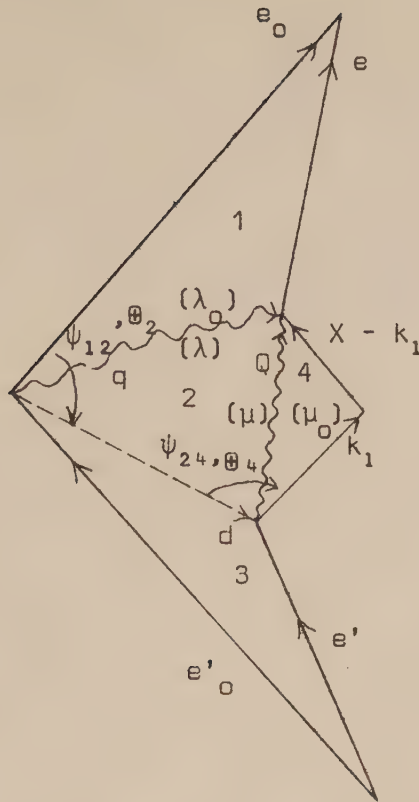


figure 9

Pour les définitions des tétrades d'hélicité des particules externes, ainsi que des particules échangées, nous renvoyons le lecteur aux pages 16, 20, 26, 38. Néanmoins, nous ferons quelques remarques. Nous notons par $\{\epsilon_{\lambda_0}(q)\}$ et $\{\epsilon'_{\lambda}(q)\}$ ($\lambda_0, \lambda = +, 0, -, //$) les tétrades d'hélicité de γ^*_{ϵ} par rapport aux plans 1($e_0 e q$) et 2($q Q d$) respectivement (d est le quadrivecteur $d = e' - e'_0 = q - Q$). Nous prenons $\epsilon_2(q)$ orthogonal à la fois à 1($e_0 e q$) et à 2($q Q d$), tandis que $\epsilon'_2(q)$ est orthogonal à 2($q Q d$) et 3($d e'_0 e'$) respectivement. De même, nous notons par $\{\epsilon_{\mu_0}(Q)\}$ et $\{\epsilon'_{\mu}(Q)\}$ ($\mu_0, \mu = +, 0, -, //$) les tétrades d'hélicité de $\gamma^*_{\epsilon_t}$ (photon échangé du genre temps) par rapport aux plans 4($Q X - k_1 k_1$) et 2($q Q d$) respectivement, où k_1 est la quadri-impulsion de l'une des particules du système X. Nous prenons $\epsilon_2(Q)$ orthogonal aux plans 2($q Q d$) et 4($Q X - k_1 k_1$); $\epsilon'_2(Q)$ orthogonal aux plans 2($q Q d$) et 3($d e'_0 e'$).

Nous pouvons écrire la section efficace différentielle sous la forme (2.2), avec P donné par

$$P = \frac{1}{t^2 M^4} \quad (2.65)$$

et dC par

$$dC = \frac{m^4}{(2\pi)^6 2 E_0^2} \frac{d^3 e}{E} \frac{d^3 e'}{E'} d\bar{\rho} \quad (2.66)$$

où

$$d\bar{\rho} = (2\pi)^4 \delta^4 (e_0 - e + e'_0 - e' - X) d\rho \quad (2.67)$$

dρ est donné par (2.4).

CALCUL DE I .

Compte tenu de (2.7), (2.9'), (2.10), nous pouvons introduire les amplitudes d'hélicité (invariantes relativistes)

$$j_{\lambda_{e_0} \lambda_e \lambda_0}(q^2) = j_{\nu} \varepsilon_{\lambda_0}^{*\nu}(q) \text{ correspondant à } e_0 \rightarrow e + q$$

$$M_{\lambda_{e_0} \lambda_e}(t, t', M^2, \omega) = \varepsilon'^{\lambda \rho}(q) M_{\rho\eta} \varepsilon'^{* \eta \mu}(Q) \text{ correspondant à l'effet}$$

$$\text{Compton virtuel } q + e'_0 \rightarrow Q + e' \quad (2.68)$$

(ω = énergie au laboratoire du photon q).

$$j'_{\mu_0} \{\lambda_i\}(M^2, \dots) = j'_{\sigma} \varepsilon_{\mu_0}^{\sigma}(Q) \text{ correspondant à la désintégration } Q \rightarrow X$$

($\{\lambda_i\}$ est l'ensemble des hélicités des particules du système X; nous indiquons par ... la dépendance, par rapport aux variables autres que M^2 de l'état X, de l'amplitude d'hélicité $j'_{\mu_0} \{\lambda_i\}$). En conséquence, nous aurons pour le taux d'interaction I, au cas où les particules initiales ne sont pas polarisées et où l'on ne mesure pas les polarisations des particules finales

$$I = A_{\lambda_0 \lambda_0}(q^2) \left((d^1(\psi_{12}))_{\lambda}^{\lambda_0} (d^{*1}(\psi_{12}))_{\lambda'}^{\lambda_0} e^{i(\lambda - \lambda')\theta_2} \right) \frac{\lambda \lambda' \mu \mu'}{B} (t, t', M^2, \omega)$$

$$e^{i(\mu - \mu')\theta_4} (d^1(\psi_{24}))_{\mu}^{\mu_0} (d^{*1}(\psi_{24}))_{\mu'}^{\mu_0} C_{\mu_0 \mu_0}(M^2, \dots) \quad (2.69)$$

(nous avons tenu compte de l'invariance de jauge; $\psi_{12}, \psi_{24}, \theta_2, \theta_4$ sont donnés dans l'appendice 5).

Nous pouvons mettre l'expression (2.69) sous la forme

$$I = A_{\lambda\lambda'}(q^2, \psi_{12}) e^{i(\lambda-\lambda')\theta_2} B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(t, t', M^2, \omega) e^{i(\mu-\mu')\theta_4} C_{\mu\mu'}(M^2, \dots; \psi_{24}) \quad (2.70)$$

où $A_{\lambda\lambda'}(q^2, \psi_{12})$ est donné par la matrice (2.18), compte tenu de (2.14) et en changeant θ_{12} en ψ_{12} .

Cette fois-ci

$$B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(t, t', M^2, \omega) = \sum_{\lambda_e, \lambda_e', \mu_e, \mu_e'} M_{\lambda_e, \lambda_e'}^{\lambda, \mu}(t, t', M^2, \omega) M_{\lambda_e, \lambda_e'}^{*\lambda', \mu'}(t, t', M^2, \omega) \quad (2.71)$$

$$C_{\mu_0\mu_0'}(M^2, \dots) = \sum_{\{\lambda_1\}} j'_{\mu_0\{\lambda_1\}}(M^2, \dots) j_{\mu_0'\{\lambda_1\}}^*(M^2, \dots) \quad (2.72)$$

Dans le système de Q au repos, l'interprétation tridimensionnelle des angles

θ_2 et θ_4 est la suivante :

θ_2 = angle entre les plans formés par $(\vec{q}, \vec{e})$ (ou $(\vec{d}, \vec{e})$) et $(\vec{q}, \vec{e}')$ (ou $(\vec{d}, \vec{e}')$).

θ_4 = angle entre les plans formés par $(\vec{q}, \vec{e}')$ et $(\vec{q}, \vec{k}_1)$.

Si, dans ce système, nous prenons l'axe z^* le long de $\vec{q}$, et le plan $z^* x^*$ déterminé par $(\vec{q}, \vec{e}')$, l'angle θ_4 n'est rien d'autre que l'angle azimuthal de k_1 .

Dans (2.67), nous allons employer l'égalité (dans le sens des distributions)

$$\delta^4(e_0 - e + e'_0 - e' - X) = \int d^4Q \delta^4(e_0 - e + e'_0 - e' - Q) \delta^4(Q - X) \quad (2.73)$$

Décomposons l'espace de phase de l'état X de la façon suivante

$$d\rho = d\rho''' d\theta_4 \quad (2.74)$$

On a

$$\int_0^{2\pi} e^{i(\mu-\mu')\theta_4} C_{\mu\mu'}(M^2, \dots; \psi_{24}) d\theta_4 = 2\pi \delta_{\mu,\mu'} C_{\mu}(M^2, \dots; \psi_{24}) \quad (2.75)$$

D'autre part, puisque

$$\Gamma_{\mu} = \frac{(2\pi)^6 \alpha}{M} \int \delta^4(Q - X) C_{\mu}(M^2, \dots; \psi_{24}) d\rho''' \quad (2.76)$$

(compte tenu de (2.73), (2.75) et (2.74)) n'est rien d'autre que la probabilité de désintégration totale par unité de temps Γ d'un photon lourd [†] de masse M, (2.76) ne dépend pas de l'indice μ , c'est-à-dire

$$\Gamma_{\mu} \equiv \Gamma \quad (2.77)$$

Dans ce cas, si nous définissons, d'après (2.70), (2.75) et (2.77),

$$B^{\lambda\lambda'}(t, t', M^2, \omega) = \sum_{\mu} B^{\lambda\lambda'\mu\mu}(t, t', M^2, \omega) \quad (2.78)$$

et tenant compte de

$$d^4 Q = \frac{d^3 Q}{Q^0} M dM \quad (2.79)$$

nous pouvons écrire

$$\sigma' = \int \frac{\alpha^3 m^4}{2\pi^2 E_0^2} \delta^4(e_0 + e'_0 - e - e' - Q) \frac{d^3 e}{E} \frac{d^3 e'}{E'} \frac{d^3 Q}{Q^0} \cdot \frac{1}{t^2} A_{\lambda\lambda'}(t, \psi_{12}) e^{i(\lambda-\lambda')\theta_2} B^{\lambda\lambda'}(t, t', M^2, \omega) \quad (2.80)$$

où σ' est la section efficace totale correspondant au processus

[†] Il s'agit bien sûr, de la définition habituelle de cette probabilité, où le temps est pris dans le système propre de Q.

$$e_o + e'_o \rightarrow e + e' + Q \quad (\text{voir figure 10})$$

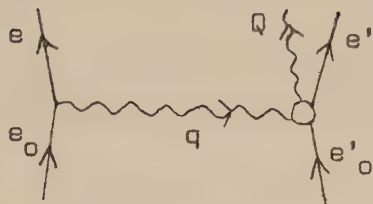


fig. 10

d'où nous tirons l'expression de la section efficace différentielle du processus représenté par la fig. 7b, compte tenu de (2.2), (2.65), (2.76) et (2.80), sous la forme

$$\frac{d\sigma}{dM} = \frac{2}{\pi M^2} \sigma'(M) \Gamma(M) \quad (2.81)$$

Jusqu'ici, nous n'avons fait aucune approximation.

Nous avons ainsi démontré en toute rigueur que l'on peut factoriser la section efficace différentielle (par rapport à M) du diagramme 7b, sous la forme (2.81). Il s'agit d'une application particulière de la formule de factorisation de G. BORDES et JOUVET ⁽⁴⁹⁾ (établie par ces auteurs pour les diagrammes à échange de résonances, mais en fait valable pour tous les diagrammes à échange de particules du genre temps, de spin et parité bien définis); cette formule a été généralisée par LERUSTE et KESSLER ⁽⁵⁰⁾.

APPROXIMATION DES PETITS TRANSFERTS

Nous allons nous placer dans l'approximation (2.34). Nous aurons dans ce cas les conséquences 1, 2, 3 suivantes :

- 1) Les termes longitudinaux (relatifs au photon γ_e^* de quadri-impulsion q) dans les expressions de $B^{\lambda\lambda'}$, à l'intérieur de la section efficace totale (2.80), sont négligeables par rapport aux termes transversaux.

En effet, nous pouvons évaluer $M^{\lambda\mu}$ (voir (2.68))[†] dans n'importe quel système. Nous avons, en particulier, dans le système du centre de masse $\gamma_e^* e'_0$ (compte tenu de l'invariance de jauge)

$$M^{0\mu} \simeq \sqrt{\frac{t}{4E_0\omega}} (M_3^\mu + M_4^\mu) \quad (2.82)$$

Si l'on suppose que $M_+^\mu, M_-^\mu, M_3^\mu, M_4^\mu$, sont à peu près du même ordre, on a :

$$\frac{M^{0\mu}}{M_+^\mu}, \frac{M^{0\mu}}{M_-^\mu} \simeq \text{Or} \left(\sqrt{\frac{t}{4E_0\omega}} \right) \quad (2.83)$$

Préalablement, on a supposé (voir (2.34))

$$\frac{t}{M^2} \ll 1$$

On peut admettre un peu plus restrictivement

$$\sqrt{\frac{t}{M^2}} \ll 1 \quad (2.84)$$

soit encore, compte tenu de la formule (33) de l'appendice 4,

$$\sqrt{\frac{t}{4(E_0 - E')\omega}} \ll 1 \quad (2.85)$$

[†] Nous sous-entendons la dépendance par rapport aux indices d'hélicités $\lambda_{e'_0}, \lambda_{e'}$, ainsi que par rapport à t, t', M^2 et ω .

Dans ce cas, nous avons, a fortiori

$$\sqrt{\frac{t}{4 E_0 \omega}} \ll 1 \quad (2.86)$$

et $M^{0\mu}$ peut être négligé par rapport aux termes transversaux.

En conséquence, l'expression de $A_{\lambda\lambda'} B^{\lambda\lambda'} e^{i(\lambda - \lambda')\theta_2}$ dans (2.80) se réduit à

$$4(A_{++} B^{++} + A_{+-} B^{+-} \cos 2 \theta_2) \quad (2.87)$$

(compte tenu de la parité et de l'hermiticité).

2) Nous avons vu (voir l'appendice 5, formule (7)) que

$$\theta_2 \equiv \phi_0$$

d'où

$$\cos \theta_2 = (1 + \text{Or}(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2})) \cos \bar{\phi} + \text{Or}(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2}) \quad (2.88)$$

Donc (voir appendice 4, formule 45), après intégration sur $\bar{\phi}$ (en faisant dans (2.80) le changement des variables (ϕ, ϕ') en $(\phi, \bar{\phi} = \phi' - \phi)$) le terme de polarisation dans (2.80), compte tenu de ((2.87) et (2.88)), est négligeable par rapport au terme sans polarisation.

3) Nous faisons également

$$B^{++}(t, t', M^2, \omega) = B^{++}(0, 0, M^2, \omega) + \text{Or}(\frac{t}{4E_0\omega}, \frac{t'}{4E_0\omega}) \quad (2.89)$$

D'autre part, nous avons vu dans l'appendice 5 (formule 1) que

$$\cos \psi_{12} \equiv \cos \theta_{12} \quad (2.90)$$

Donc, nous pouvons, à l'approximation considérée, approcher $A_{++}(t, \psi_{12})$, en tenant compte de (2.40) et (2.42) par

$$A_{++}(\tau, \psi_{12}) \simeq \frac{1}{2} (2\tau + \frac{\tau}{\tau_{\min}} - 1) \quad (2.91)$$

Nous tirons de (2.80), compte tenu des points 1, 2, 3,

$$\sigma' = \frac{\alpha^3 m^2}{8 E_0^4} \int \frac{d\omega}{\omega} F(\omega) f(\omega, M^2) \tau'_{\max} \quad (2.92)$$

que nous pouvons mettre sous la forme

$$\sigma' = \int d\omega P(\omega) \sigma_c(M^2, \omega, \tau'_{\max}) \quad (2.93)$$

où

$$P(\omega) d\omega = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\omega}{E_0^2} F(\omega) d\omega \quad (2.94)$$

est le spectre simple de photons équivalents du type Williams-Weizsäcker, correspondant au vertex $e_0 \gamma_e^* e$ et

$$\sigma_c(M^2, \omega, \tau'_{\max}) \simeq \frac{\pi\alpha^2}{2} \frac{m^2}{E_0^2 \omega^2} f(\omega, M^2) \tau'_{\max} \quad (2.95)$$

est la section efficace intégrée de la diffusion Compton entre un photon réel d'énergie ω et un positron d'énergie E_0 (entrant en collision pratiquement le long de l'axe z), avec production d'un photon lourd de masse M (le transfert étant limité par $t'_{\max}$).

L'expression de $F(\omega)$ est donné par (2.46) ou (2.49), tandis que celle de $f(\omega, M^2)$ est donnée par [†]

$$f(\omega, M^2) = \frac{4\omega E_0 - M^2}{4\omega E_0} + \frac{4\omega E_0}{4\omega E_0 - M^2} \quad (2.96)$$

Note. Si l'on n'intégrait pas sur ϕ entre 0 et 2π dans (2.80), tenant compte de (2.87), le terme de polarisation subsisterait ici aussi !

[†] Du fait des approximations utilisées, $f(\omega, M^2)$ paraît contenir un pôle correspondant à $E' \rightarrow 0$. Mais dans la pratique nous savons que seuls seront détectés des $e^\pm$ sortants extrême-relativistes, c'est-à-dire E, E' de quelques dizaines de MeV au minimum.

Finalement nous obtenons pour (2.81),

$$\frac{d\sigma}{dM} \simeq \Gamma(M) \frac{\alpha^3}{4\pi M^2 E_0^4} \int \frac{d\omega}{\omega} F(\omega) f(\omega, M^2) \tau'_{\max} \quad (2.97)$$

(voir formule(12)de l'appendice de la référence 11).

Pour tenir compte également du diagramme 7c, nous multiplions (2.97) simplement par 2, négligeant le terme d'interférence entre 7b et 7c. En effet, étant intéressés seulement par une limite supérieure de ce background (dont nous savons a priori qu'il est petit, dans nos conditions cinématiques, par rapport au terme principal représenté par le diagramme 7a; voir discussion page 45), il nous suffit de savoir que l'inclusion du terme d'interférence donnerait lieu, dans le pire des cas, à un facteur 2 supplémentaire.

CHAPITRE 3

PREDICTIONS NUMERIQUES POUR LES PROCESSUS $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A}$

- 1) Elimination du background et ordres de grandeur des sections efficaces différentielles (par rapport à la masse invariante de l'état X) et intégrées.

Avant d'entrer dans les détails, nous voulons faire certaines remarques.

- a) Les états X produits par les processus décrits par le diagramme 7a ont un nombre quantique de conjugaison de charge $C = +1$, tandis que ceux produits au moyen du mécanisme décrit par les diagrammes 7b, 7c, ont un nombre quantique $C = -1$; en conséquence, sous certaines conditions, dans lesquelles nous allons nous placer, l'interférence des diagrammes 7b, 7c avec 7a est identiquement nulle [†].

[†] Le terme d'interférence disparaît

i) si l'on ne distingue pas entre les charges (ou entre particule et antiparticule).

ii) si, tout en distinguant entre particule et anti-particule, on prend

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_A} + \frac{d\sigma}{d\Omega_{\bar{A}}} \right) \text{ où } d\Omega_A \text{ (ou } d\Omega_{\bar{A}}) \text{ est}$$

l'angle solide de A (ou $\bar{A}$) dans le système du laboratoire.

iii) si l'on prend

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega_A} \quad \text{ou} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega_{\bar{A}}}, \text{ et que l'on intègre}$$

sur un espace de détection symétrique par rapport à la région d'interaction.

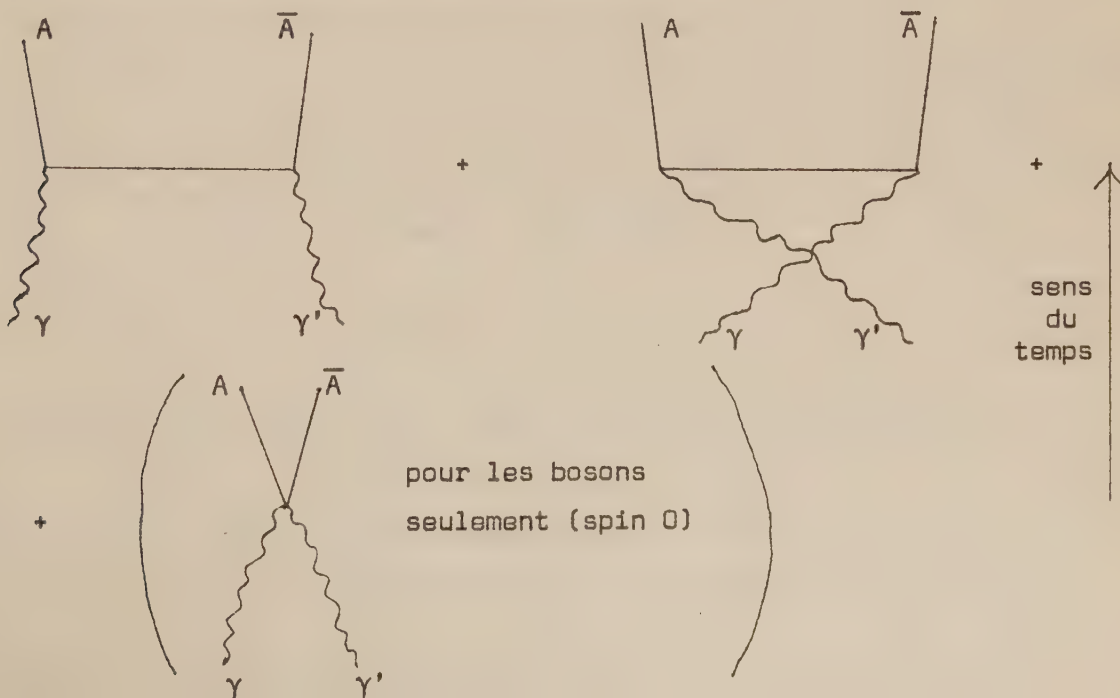
- b) Nous allons employer l'approximation des petits transferts pour obtenir des ordres de grandeur. Dans cette approximation (dans les conditions cinématiques que nous avons considérées), nous montrerons que la contribution des diagrammes 7b et 7c à la section efficace intégrée est complètement négligeable (même en tenant compte des résonances ρ (pour $\pi^+ \pi^-$) et ϕ (pour $K^+ K^-$), qui viennent renforcer le background), par rapport à celle du diagramme 7a.

Ayant montré que les diagrammes 7b et 7c donnent une contribution négligeable par rapport à celle du 7a, nous pouvons admettre a fortiori que la contribution des diagrammes 7d, 7e, 7f est négligeable (voir discussion page 45).

- c) Tenant compte de (2.51) pour évaluer la contribution du diagramme 7a, nous avons eu besoin des sections efficaces totales de

$$\gamma + \gamma \rightarrow A + \bar{A}$$

Pour obtenir ces sections efficaces, nous avons considéré les termes de Born, c'est-à-dire les diagrammes



Pour les leptons, nous avons

$$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow \begin{Bmatrix} e^- e^+ \\ \mu^- \mu^+ \end{Bmatrix}}(M) = \frac{2\pi\alpha^2}{M^2} \left((3-\beta_A^4) \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} - 2\beta_A(2-\beta_A^2) \right) \quad (3.2)$$

où

$$\beta_A^2 = 1 - \frac{4 m_A^2}{M^2} \quad \text{et} \quad m_A = m_e, m_\mu. \quad (3.3)$$

Pour les bosons, sans spin, on a

$$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow \begin{Bmatrix} \pi^+ \pi^- \\ K^+ K^- \end{Bmatrix}}(M) = \frac{\pi \alpha^2}{M^2} \left(2 \beta_A(2-\beta_A^2) - (1-\beta_A^4) \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} \right) \quad (3.4)$$

où cette fois-ci $m_A = m_\pi, m_K$.

Bien entendu, pour les bosons, il ne s'agit que d'un modèle qui se justifie, en l'absence d'une théorie valable des interactions fortes, par sa simplicité et par le fait que la contribution essentielle à la section efficace totale vient de la région voisine du seuil (cela, nous pouvons le prévoir a priori d'après la dépendance en M donnée par la formule (2.51)).[†]

d) En ce qui concerne les limites d'intégration dans (2.51) et (2.97), nous nous sommes placés dans les conditions suivantes :

- I) aucune restriction sur les angles et énergies des particules produites;
- II) pour les angles orbitaux des particules $e^\pm$ sortantes, nous avons pris

$$\theta_{\max} = \theta'_{\max} = 4 \text{ mrd et } 1^\circ$$

[†] Il faut noter que $F(\omega) F'(\frac{M^2}{4\omega})$ dans (2.51), compte tenu de (2.48'),

(2.49) et de la formule (33) de l'appendice 4, varie à peu près en M^{-4} ;

$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow A\bar{A}}(M)$ dans (3.2) et (3.4) varie à peu près en M^{-2} , de sorte que

$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A})$ varie grossièrement en M^{-3} .

Notons que, dans ce cas, les valeurs de t et t' restent extrêmement faibles. Par exemple, pour $E_0 = 2 \text{ GeV}$, on a :

$$\sqrt{t_{\max}} = \sqrt{t'_{\max}} \simeq E_0 \theta_{\max} \simeq 8 \text{ MeV pour } \theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$$

$$\sqrt{t_{\max}} = \sqrt{t'_{\max}} \simeq 36 \text{ MeV pour } \theta_{\max} = 1^\circ$$

La valeur minimale considérée pour M (cas $A = e$) est ici de 100 MeV.

On a donc, pour le cas le plus défavorable,

$$\frac{t_{\max}}{M_{\min}^2} = \frac{t'_{\max}}{M_{\min}^2} = 64 \cdot 10^{-4} \quad \text{pour } \theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$$

$$\frac{t_{\max}}{M_{\min}^2} = \frac{t'_{\max}}{M_{\min}^2} \simeq 13 \cdot 10^{-2} \quad \text{pour } \theta_{\max} = 1^\circ$$

Donc, la condition (2.34) est bien remplie.

III) Pas de restriction sur les angles azimuthaux des particules $e^\pm$ sortantes.

IV) A M fixe, on a intégré sur ω entre $\frac{M^2}{4(E_0 - \epsilon)}$ et $E_0 - \epsilon$, avec

$\epsilon = 10 \text{ MeV}$ (valeur considérée comme limite inférieure de l'énergie d'un $e^\pm$ sortant, en dessous de laquelle il ne serait pas détecté).

Dans le cas des diagrammes 7b et 7c (voir formule (2.97)), nous devons connaître la "largeur partielle de désintégration" du photon lourd en $A \bar{A}$. S'il s'agit d'une paire de leptons, nous avons

$$\Gamma(M) = \frac{\alpha}{3 M^2} (M^2 + 2 m_A^2) (M^2 - 4 m_A^2)^{1/2} \quad (3.5)$$

$$(m_A = m_e, m_\mu).$$

Pour le cas des bosons sans spin, on a :

$$\Gamma(M) = \frac{\alpha}{12 M^2} (M^2 - 4 m_A^2)^{3/2} \quad (3.6)$$

si l'on considère des bosons ponctuels. Par contre, si l'on considère

une résonance intermédiaire (ρ dans le cas des pions, ϕ dans le cas des kaons), ce qui constitue un modèle plus réaliste (en accord avec les expériences d'Orsay et de Nobosibirsk), il faut multiplier $\Gamma(M)$ par un facteur de forme

$$F^2(M^2) = \frac{m_{\text{rés}}^2 (m_{\text{rés}}^2 + \Gamma_{\text{rés}}^2)}{(M^2 - m_{\text{rés}}^2)^2 + m_{\text{rés}}^2 \Gamma_{\text{rés}}^2} \quad (3.7)$$

où $m_{\text{rés}}$ et $\Gamma_{\text{rés}}$ sont la masse et la largeur de la résonance respectivement.

Dans les figures I et II (à la fin du texte) nous montrons, pour une énergie $E_0 = 2$ GeV par faisceau et une coupure angulaire (cut-off angle) $\theta_{\text{max}} = \theta'_{\text{max}} = 4$ mrd ou 1° , la contribution des diagrammes 7a et (7b, 7c) pour le cas : a) $A = e$; b) $A = \mu$; c) $A = \pi$; d) $A = K$. Les courbes montrées représentent les sections efficaces différentielles (2.51) et (2.97), compte tenu de (3.2), (3.4), (3.5) et (3.6); ici M est évidemment la masse invariante de la paire $A \bar{A}$ produite. Dans le cas $A = e$, seulement des paires avec $M > 100$ MeV ont été prises en considération. Dans le cas $A = \pi$ et $A = K$, les contributions des diagrammes (7b, 7c) sont montrés avec et sans "renforcement résonant", un tel renforcement étant dû au ρ dans le cas du pion, et au ϕ dans le cas du kaon (voir formules (3.6) et (3.7)). D'autres courbes pour $\theta_{\text{max}} = \theta'_{\text{max}} = 3^\circ$ ont été déjà montrées dans nos travaux antérieurs (6), (9) (sauf pour le cas $A = e^\dagger$).

$\dagger$ Dans ce cas, avec $M_{\text{min}} = 100$ MeV, on aurait, pour le cas le plus défavorable :

$$\frac{t_{\text{max}}}{M_{\text{min}}^2} = \frac{t'_{\text{max}}}{M_{\text{min}}^2} \simeq 1$$

et l'approximation commencerait à devenir contestable.

On peut voir, d'après nos courbes, que (sauf dans une petite région tout près du seuil, dans le cas du kaon), la contribution des diagrammes (7b et 7c) est toujours et partout complètement négligeable, dans nos conditions cinématiques, par rapport à celle du diagramme 7a. L'effet de suppression du background, dû à la coupure angulaire, est en conséquence extrêmement efficace, encore davantage à $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$ qu'à $\theta_{\max} = 1^\circ$ et a fortiori qu'à $\theta_{\max} = 3^\circ$. En ce qui concerne les diagrammes 7d, 7e, 7f, nous renvoyons le lecteur au point b) du début du chapitre 3.

En tenant compte maintenant uniquement du diagramme 7a, après intégration sur M, nous avons obtenu les valeurs suivantes pour les sections efficaces intégrées $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A}$ à $E_0 = 2 \text{ GeV}$.

	$\theta_{\max} = 3^\circ$	$\theta_{\max} = 1^\circ$	$\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$
$A = e(M > 100 \text{ MeV})$		1.1 μb	$6.6 \cdot 10^{-1} \mu\text{b}$
$A = \mu$	$2.4 \cdot 10^{-2} \mu\text{b}$	$1.7 \cdot 10^{-2} \mu\text{b}$	$9.0 \cdot 10^{-3} \mu\text{b}$
$A = \pi$	$1.7 \cdot 10^{-3} \mu\text{b}$	$1.2 \cdot 10^{-3} \mu\text{b}$	$6.2 \cdot 10^{-4} \mu\text{b}$
$A = k$	$2.5 \cdot 10^{-5} \mu\text{b}$	$1.5 \cdot 10^{-5} \mu\text{b}$	$6.2 \cdot 10^{-6} \mu\text{b}$

De ces valeurs, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- L'ordre de grandeur des sections efficaces intégrées n'est en aucun cas essentiellement modifié quand nous prenons des valeurs de plus en plus petites de la coupure angulaire $\theta_{\max}$, tandis que nous avons vu que l'effet de réjection du background est meilleur au fur et à mesure.
- Pour les paires d'électrons, de muons et de pions, les sections efficaces sont suffisamment grandes pour assurer que des taux de comptage raisonnables seront obtenus avec les anneaux de stockage électron-positron futurs (DORIS à DESY-Hamburg, D.C.I. à Orsay et SPEAR à Stanford), caractérisés par des énergies de faisceau de l'ordre

de quelques GeV et luminosités autour de $10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$. Nous verrons que cette assertion restera valable même quand on tiendra compte des coupures expérimentales supplémentaires (sur les énergies des particules $e^{\pm}$ diffusées, sur les angles des particules produites, etc ...).

En ce qui concerne la possibilité pratique de faire de telles expériences, nous renvoyons le lecteur à la discussion du début du chapitre 4, et suite.

- 2) Comportement, en fonction de l'énergie, des sections efficaces, et distribution angulaire des particules produites.
- $\alpha)$ Comportement, en fonction de l'énergie, des sections efficaces.

Dans la figure III (en fin de texte), nous montrons le comportement des sections efficaces intégrées $\sigma(e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + A + \bar{A})$, où $A = e, \mu, \pi, K$, respectivement, en fonction de l'énergie du faisceau E_0 , que l'on fait varier entre 1 et 10 GeV. Une coupure angulaire $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$ pour l'électron et $\frac{1}{2} \theta_{\max}$ pour le positron diffusés a été utilisé dans tous les cas.

Comme nous pouvons voir, toutes les sections efficaces augmentent quand l'énergie incidente augmente. Ce comportement présente une grande différence vis-à-vis du comportement des sections efficaces dans le cas des processus d'annihilation $e^- + e^+ \rightarrow A + \bar{A}$ qui décroissent au moins comme E_0^{-2} ; en gros, déjà à 1 GeV, les sections efficaces correspondant à ces deux mécanismes deviennent (pour la même particule A) comparables, du moins tant qu'on ne fait pas de coupures, en particulier sur les angles d'émission des particules produites; ces coupures défavorisent quelque peu les collisions photon-photon (voir plus loin), de sorte que, dans des conditions réalistes, les sections efficaces intégrées de ces collisions ne l'emporteront sur celles d'annihilation qu'à partir de

plusieurs GeV.

En ce qui concerne la création de hadrons, la façon dont ces sections efficaces augmentent dépend, en fait, du modèle. Mais, en tout cas, elles doivent augmenter en fonction de E_0 , parce qu'à toute valeur fixée de M , l'intensité des photons augmente avec l'énergie des faisceaux (voir formule (2.51))[†]. Ce phénomène peut être relié au fait très général — familier aux expérimentateurs — que, auprès d'un accélérateur, la multiplicité des secondaires augmente très fortement quand l'énergie du faisceau primaire devient plus grande (ici, les secondaires sont tout simplement des photons virtuels).

CAS DE PRODUCTION DU π^0 , DU η ET DU η' .

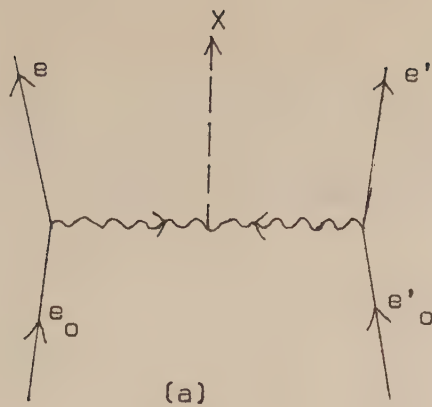
Dans la figure III, nous montrons aussi le comportement, en fonction de l'énergie, des sections efficaces du type

$$e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$$

où $X = \pi^0, \eta, \eta'$. A l'ordre le plus bas en électro-dynamique, les diagrammes de Feynman correspondant à ces processus sont donnés sur la figure 11

[†] La dépendance en E_0^{-4} de la formule (2.51) n'est, bien sûr, qu'apparente, car ce facteur est compensé par la dépendance en E_0 de $F(E_0, \omega, \theta_{max})$ $F'(E_0, \frac{M^2}{4\omega}, \theta'_{max})$ (voir formules (2.48'), (2.49), (2.49')). La dépendance en E_0 de (2.51) est grossièrement du type

$$\frac{d\sigma}{dM} (e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A}) \sim \ln^3 E_0$$



(a)



(b)

fig. 11

Ici de nouveau, en prenant une coupure angulaire $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$ pour les $e^{\pm}$ diffusés, le diagramme (b) peut être complètement négligé par rapport au diagramme (a). En ce qui concerne ce dernier, pour aboutir à la formule (2.51), nous faisons remarquer les différences suivantes avec le traitement général :

- i) nous aurons ici un diagramme d'espace-temps comme celui de la figure 8, mais sans le plan 4.
- ii) les tétrades d'hélicité de q et $\bar{q}'$ auront formellement les mêmes définitions (voir page 48), mais $\epsilon'_2(q) \equiv \epsilon_2(q) \equiv \epsilon'_2(\bar{q}')$.

En tenant compte de ceci, nous pouvons écrire pour I dans l'expression de la section efficace différentielle (2.2)

$$I = A_{\lambda\lambda}, (q^2, \theta_{12}) B^{\lambda\lambda', \mu\mu'} (q^2, q'^2, m_X^2, \dots) e^{i(\mu-\mu')\phi_0} C_{\mu\mu}, (q'^2, \theta_{23})$$

$$(m_X = m_{\pi^0}, m_{\eta}, m_{\eta'}) \quad (3.8)$$

où $A_{\lambda\lambda}, (q^2, \theta_{12})$, $C_{\mu\mu}, (q'^2, \theta_{23})$, $B^{\lambda\lambda', \mu\mu'} (q^2, q'^2, m_X^2, \dots)$

sont donnés par (2.18) et (2.28') respectivement, ϕ_0 est (voir appendice 2 et page 53), en langage tridimensionnel, l'angle entre les plans

formés par $(\vec{q} \vec{e})$ et $(\vec{q} \vec{e}')$ (ou $(\vec{q}' \vec{e}')$) dans le système de X au repos.
 $B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}$ obéit aux relations (2.20) et (2.21), et $M^{\lambda\mu}$ obéit à la relation (2.29).

Soit

$$B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2, q'^2, M^2) = \int d\rho (2\pi)^4 \delta^4(q + q' - X) B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}(q^2, q'^2, m_X^2, \dots) \quad (3.9)$$

(d ρ = espace de phase invariant de la particule $X = \pi^0, \eta, \eta'$).

$B^{\lambda\lambda'\mu\mu'}$ obéit aussi aux relations (2.20), (2.21), et en plus, la conservation du moment angulaire indique que

$$B^{\lambda\lambda'\mu\mu'} \equiv \delta_{\lambda, -\mu} \delta_{\lambda', -\mu'} B^{\lambda\lambda'\mu\mu'} \quad (3.10)$$

Compte tenu de (2.20), (2.21), (3.10) et du fait que les amplitudes longitudinales ($\lambda(\lambda') = 0, \mu(\mu') = 0$) pour $\gamma + \gamma' \rightarrow X$ sont nulles[†],

on a

$$\begin{aligned} I' &= 2 A_{++} C_{++} B'^{++--} + 2 \cos 2 \phi_0 A_{+-} C_{-+} B'^{+--+} = \\ &= 2(A_{++} C_{++} - \cos 2 \phi_0 A_{+-} C_{-+}) B'^{++--} \end{aligned} \quad (3.11)$$

(nous avons utilisé (2.29) et (2.19)).

[†] En effet, la conservation du moment angulaire (quadri-dimensionnel) et de la parité donne les relations

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{q}} w_{\gamma}^{\nu}(q) + \frac{1}{\underline{q}'} w_{\gamma'}^{\nu}(q') + \frac{1}{\underline{X}} w_{-X}^{\nu}(-X) &= L_{\gamma\gamma'}^{\nu}(q, q') \\ \eta_{\gamma} \eta_{\gamma'} \eta_X &= (-1)^L \end{aligned}$$

où les w^{ν} sont les opérateurs de polarisation relativiste des trois particules (traitées toutes trois comme entrantes); L^{ν} est l'opérateur moment angulaire total (défini habituellement, au signe près, en langage tridimensionnel comme moment orbital relatif des deux particules initiales (si elles sont du genre temps); voir aussi à ce sujet, la

Dans l'approximation de petits transferts et après intégration sur ϕ (voir page 59 et suite), et tenant compte de

$$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}(M) = \frac{4 \pi^2 \alpha^2}{m_X^2} B'^{++--}(0, 0, M^2) \quad (3.12)$$

nous obtenons (2.51). Des relations

$$B'^{++--}(0, 0, M^2) = \frac{\pi}{m_X} \delta(M - m_X) B^{++--}(0, 0, m_X^2) \quad (3.13)$$

$$B^{++--}(0, 0, m_X^2) = \frac{m_X}{\alpha^2 \pi} \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma'}(m_X) \quad (3.14)$$

nous déduisons

$$\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow X}(M) = \frac{4 \pi^2}{m_X^2} \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma'}(m_X) \delta(M - m_X) \quad (3.15)$$

où $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma'}(m_X)$ est la largeur partielle de désintégration de la particule X en deux photons. En introduisant (3.15) dans (2.51) et en faisant l'intégration sur M, nous ^{en}tirons la section efficace totale de $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$ ($X = \pi^0, \eta, \eta'$) :

référence (51)) dont la valeur propre est L. Les η sont les parités intrinsèques des 3 particules. Compte tenu des valeurs propres de spin (correspondant aux opérateurs W^μ ci-dessus)

$$s_\gamma = s_{\gamma'} = 1 \quad s_X = 0$$

et des valeurs des parités intrinsèques

$$\eta_\gamma = \eta_{\gamma'} = -1 \quad , \quad \eta_X = -1$$

on obtient $L = 1$. Or la théorie des moments angulaires indique que le coefficient de Clebsch-Gordan correspondant à une addition de moments angulaires où les valeurs propres de moment angulaire et d'hélicité

$$\begin{array}{lll} \text{sont} & s_\gamma = 1 & s_{\gamma'} = 1 & L = 1 \\ & \lambda = 0 & \mu = 0 & m_L = 0 \end{array}$$

est nul.

$$\sigma \simeq \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma', (m_X)} \frac{\alpha^2 m_X}{32 E_0^4} \int \frac{d\omega}{\omega} F(\omega) F'\left(\frac{M^2}{4\omega}\right) \quad (3.15')$$

(voir formule 11 de l'appendice de la référence [11]).

Nous remarquerons que, pour ces réactions, on peut faire des prédictions précises dans la mesure où la largeur partielle $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma', (m_X)}$ est connue exactement. Nous avons pris ici pour nos prédictions numériques : $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = 11 \text{ eV}^{[52]}$; $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma) \simeq 1 \text{ keV}^{[52]}$; $\Gamma(\eta' \rightarrow 2\gamma) \sim 5 \text{ keV}$. Pour obtenir cette dernière valeur, nous avons supposé [†]

$$\frac{\Gamma(\eta' \rightarrow 2\gamma)}{m_{\eta'}^3} \simeq \frac{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)}{m_{\eta}^3} \simeq \frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{m_{\pi^0}^3}$$

β) Distribution angulaire des particules produites.

Nous avons utilisé les formes différentielles de (3.2) et (3.4) suivantes, dans le système de X au repos :

a) pour les leptons

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow A\bar{A}}(M, x)}{d\Omega_A} = \frac{\alpha^2}{M^2} \beta_A \frac{1 - \beta_A^4 x^4 + 2\beta_A^2(1 - \beta_A^2)(1 - x^2)}{(1 - \beta_A^2 x^2)^2} \quad (3.16)$$

($m_A = m_e, m_{\mu}$).

[†] La relation

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)}{m_{\eta}^3} \simeq \frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{m_{\pi^0}^3}$$

est empirique (confirmée par l'expérience). SU3 donnerait

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)}{m_{\eta}^3} \simeq \frac{1}{3} \frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{m_{\pi^0}^3}$$

en désaccord avec l'expérience.

b) pour les bosons de spin 0

$$\frac{d \sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow A\bar{A}}(M, x)}{d \Omega_A} = \frac{\alpha^2}{2 M^2} \beta_A (1 - 2 \beta_A^2 \frac{(1 - \beta_A^2)(1 - x^2)}{(1 - \beta_A^2 x^2)^2}) \quad (3.17)$$

$$(m_A = m_\pi, m_K).$$

Ici, $x (= \cos \psi^*)$ est le cosinus de l'angle de la particule A par rapport à l'axe $\gamma \gamma'$, dans le système de X au repos. L'angle correspondant du laboratoire, par rapport à l'axe des faisceaux $e^- e^+$, est donné par (voir (2.55) et (2.56))

$$\text{ctg } \psi = \frac{1}{M \beta_A \sin \psi^*} (\omega - \omega' + (\omega + \omega') \beta_A \cos \psi^*) \quad (3.18)$$

Nous montrons sur la figure IV (en fin de texte), à $E_0 = 2 \text{ GeV}$ et $\theta_{\text{max}} = \theta'_{\text{max}} = 4 \text{ mrd}$, les distributions angulaires pour les cas $A = e, \mu, \pi, K$. L'ordonnée est définie comme $\sigma^{-1} d\sigma / d\Omega_A$, ce qui signifie que notre courbe est normalisée de manière à obtenir 1 en intégrant sur Ω_A . Comme il fallait s'y attendre, nos courbes comportent des maxima plus accusés (vers l'avant et vers l'arrière) au fur et à mesure que la masse de A est plus petite. Dans le cas du muon, la courbe obtenue était légèrement plus pointue que celle obtenue pour les pions (du fait de la petite différence de masse, et aussi de différences dans le facteur dynamique), mais cette différence était tellement faible que l'on n'a pas pu la représenter à l'échelle logarithmique utilisée en ordonnée.

Dans le cas des réactions $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ X$ ($X = \pi^0, \eta, \eta'$), en supposant que la particule X est identifiée au moyen de sa désintégration en deux photons (qui correspond à peu près à 100% de la désintégration totale dans le cas du π^0 , à peu près à 40% dans le cas du η ⁽⁵³⁾, et

à peu près à 5% dans le cas du $\eta^{(54)}$, nous montrons sur la figure V (en fin de texte) la distribution angulaire calculée pour un des deux photons. Ici, l'ordonnée est $\sigma'^{-1} d\sigma'/d\Omega_\gamma$ où σ' est défini comme

$$\sigma' = \frac{\Gamma(X \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(X \rightarrow \text{total})} \sigma(e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + X)$$

Le problème le plus important, dans une expérience où l'on se propose d'observer les deux photons de désintégration, est la contamination due au double bremsstrahlung des collisions électron-positron. Ce problème a été résolu récemment ⁽⁵⁵⁾.

Dans une étude approfondie ⁽⁵⁶⁾, nous avons considéré les effets de différentes coupures ("cut-off") expérimentales (en plus de $\theta_{\max}$), en particulier ceux des paramètres $\chi_{\min}$ et $\psi_{\min}$ définis comme suit :

- a) $\chi_{\min}$ est la perte d'énergie relative minimale d'une particule $e^\pm$, c'est-à-dire

$$\chi_{\min} \leq \left(\frac{E_0 - E}{E_0}, \frac{E_0 - E'}{E_0} \right)$$

Cette coupure doit être introduite parce que les particules $e^\pm$ ayant perdu une trop faible proportion de leur énergie ne se pas sépareront suffisamment du faisceau correspondant pour pouvoir être détectées (elles continueront à tourner avec le faisceau).

- b) $\psi_{\min}$ est l'angle minimal, par rapport à l'axe des faisceaux, d'émission des particules A, $\bar{A}$; plus précisément

$$\psi_{\min} \leq \psi_A, \psi_{\bar{A}} < \pi - \psi_{\min}$$

Des raisons géométriques interdisent en effet la mesure des particules produites à un trop petit angle par rapport à l'axe du

faisceau.

On a pu noter que :

- 1) Bien que les effets de ces coupures, lorsqu'elles sont introduites de façon réaliste ($\psi_{\min} \simeq 45^\circ$, $\chi_{\min} \sim 5\%$ par exemple) soient en général assez draconiens, les taux de comptage concernant la production des paires d'électrons, muons et pions restent suffisants (comme nous l'avons déjà dit) dans la perspective de futures machines de luminosité $\sim 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, pour faire les expériences dans des conditions raisonnables.
- 2) Le comportement en énergie est modifié, en ce sens que :
 - a) la section efficace $\sigma(E_0)$ de production de paires d'électrons décroît déjà à partir d'une énergie de faisceau de quelques centaines de MeV;
 - b) pour les muons et les pions, il y a un optimum vers $E_0 \sim 2-3 \text{ GeV}$, ce qui est précisément la région où se situera l'énergie des faisceaux des prochains anneaux de stockage.

CHAPITRE 4

APPLICATIONS

Pour toutes les applications, nous nous plaçons dans la perspective d'expériences de coïncidence quadruple dans le cas $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A}$, les deux $e^\pm$ diffusés étant détectés à petit angle par rapport à leur direction incidente.

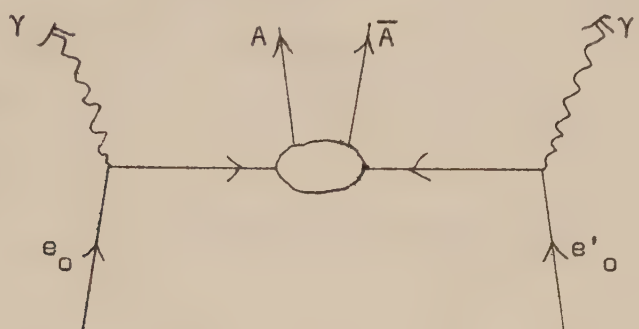
Dans le cas d'expériences de double coïncidence (détection des particules produites seulement) ou de triple coïncidence (détection des particules produites plus une particule $e^\pm$ diffusée à petit angle), qui pourraient être envisagées pour des raisons de facilité expérimentale, une analyse rigoureuse suppose l'inclusion dans les calculs, des diagrammes de background (voir page 44)[†]. On peut toujours admettre qualitativement ici encore, que le diagramme 7a prédomine; néanmoins, une analyse en termes de collision $\gamma \gamma$ ne serait pas tout à fait correcte.

Par ailleurs, même en ce qui concerne la contribution du diagramme 7a, on ne peut plus considérer qu'il s'agit d'une collision entre photons quasi-réels et non polarisés.

En ce qui concerne les expériences où l'on ne détecte que les particules produites (double coïncidence), il existe d'autres sources de background :

† La réjection totale du background dû aux autres diagrammes en α^4 , telle que nous l'avons montrée, est liée à la sélection des deux particules $e^\pm$ diffusées à petit angle !.

- a) Si l'on ne détermine pas l'énergie des particules créées, il y a contamination possible par l'annihilation et par le bremsstrahlung.
- b) Même si l'on détermine avec précision l'énergie des particules produites, il y a contamination possible par le double bremsstrahlung, en particulier par le diagramme



qui simule parfaitement, du point de vue cinématique, le diagramme 7a.

Considérons donc quelques-unes des possibles applications, dans la perspective des expériences de quadruple coïncidence.

1) $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

Certainement, c'est la plus importante des applications pour le proche avenir. Comme il a déjà été remarqué ^(3), les lois de conservation permettent seulement la production d'états $\pi\pi$ ayant le nombre de conjugaison de charge $C = +1$, parité $+1$, et un moment angulaire pair. Il sera particulièrement intéressant de chercher la résonance (qui n'est pas encore établie avec certitude) 0^{++} , appelée σ ou ϵ , ayant une masse voisine de 750 MeV et une largeur $\sim 150-400$ MeV ^(57), (58)

L'expérience suggérée a le double avantage que

- le p est complètement absent (à cause de l'élimination du background);
- il n'y a pas de hadron spectateur !.

(Dans ce sens, il y a une certaine relation avec la suggestion faite

par Renard^(59) d'étudier la réaction $e^- e^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \gamma$ au voisinage d'une résonance vectorielle (de préférence le ϕ). La même structure ($\gamma \gamma \pi \pi$) serait considérée, mais dans une région physique différente. L'expérience suggérée par Renard a l'avantage, par rapport à la nôtre, de demander une énergie et une luminosité moindres; d'un autre côté, elle présente des problèmes de background difficiles, et en plus il est évident que le photon dans l'état final n'est pas un "spectateur" très plaisant).

On peut aussi chercher d'autres états tels que les résonances 2^{++} ($f, f' \dots$).

Dans ce contexte ($\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$), certains auteurs ont appliqué des modèles divers (algèbre des courants, etc...) pour tenir compte des corrections hadroniques aux termes de Born, et sont arrivés à la conclusion que ces corrections sont faibles, en tout cas dans la région proche du seuil^{(60), (61), (62), (63)}. D'autres auteurs ont donné des prédictions pour la production des résonances $\sigma, f, \dots$ ^{(54), (65)}.

II) $\gamma + \gamma \rightarrow \mu^- + \mu^+$

On peut considérer cette expérience de deux points de vue différents :

- ou bien on croit à la "normalité" complète du muon vis-à-vis de l'électrodynamique quantique et, dans ce cas, les valeurs théoriques données sont prises comme des prédictions sûres. Cette réaction peut servir pour une expérience de contrôle, c'est-à-dire pour tester l'appareillage de détection (angles solides, facteurs d'acceptance...), ainsi que pour vérifier les corrections radiatives et d'autres

corrections utilisées pour normaliser les sections efficaces; ceci afin de s'assurer que les données obtenues dans l'expérience I) sont établies sur des bases sûres.

- ou bien on croit que le muon n'est pas complètement "normal", et cette réaction pourrait donner lieu à une expérience très propre pour chercher une anomalie. En fait, toute déviation qui serait trouvée expérimentalement, par rapport au calcul des termes de Born, serait due à une telle anomalie (par exemple, un échange d'un di-muon dans la voie s, ou un μ^* échangé dans les voies t ou u). Nous pouvons remarquer à ce sujet que l'expérience suggérée serait plus significative que le processus d'annihilation $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$, parce que, dans ce dernier, nous ne pourrions pas observer un di-muon (sauf dans l'état 1^-) ni un μ^* .

III) $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$

Comme la grande majorité des physiciens croit dans la validité de l'électrodynamique quantique, au moins en ce qui concerne les électrons et photons, cette réaction servirait essentiellement à une expérience de contrôle. Il y a déjà eu récemment des expériences sur ce processus, qui doivent être considérées comme des tentatives préliminaires de mettre en évidence l'effet de collision $\gamma \gamma$. Malheureusement il ne s'agit que d'expériences de double coïncidence (Nobosibirsk ^(66)) ou triple coïncidence (Frascati ^(67)). (Voir à ce sujet la discussion au début de ce chapitre).

IV) $\gamma + \gamma \rightarrow K^+ + K^-$

Comme pour la paire de pions, des états ayant $C = +1$, $P = +1$ et un moment angulaire pair seront étudiés ici. Mais les sections

efficaces sont petites, de sorte que nous devrions probablement attendre de futurs anneaux de stockage, ayant des énergies ou/et luminosités plus grandes que celles de la prochaine génération, pour réaliser ces expériences.

V) $\gamma + \gamma \rightarrow$ baryon-antibaryon

$\alpha)$ $\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$

Ici encore, nous devons attendre une future génération d'anneaux de stockage électron-positron plus puissants. Il est très encourageant de noter le fait que, dans une expérience récente (68), deux événements ont été apparemment trouvés pour la réaction inverse ($p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma$), à une masse invariante au carré de 5.1 GeV^2 . Ce résultat semble correspondre à une section efficace assez grande.

A ce sujet, nous avons voulu essayer deux modèles, sans doute trop naïfs, mais qui ont l'avantage d'être simples et nous semblent relativement encore les mieux appropriés (en l'absence d'une théorie des interactions fortes) pour prédire des ordres de grandeur, au moins dans la région voisine du seuil. Ces modèles sont :

a) termes de Born, avec un couplage de Dirac au vertex $\gamma p p$; nous appellerons ce modèle (D);

b) termes de Born, avec un couplage de Dirac plus un couplage de Pauli au vertex $\gamma p p$; nous appellerons ce modèle (D + P).

(D)

Avec le modèle (D), la section efficace $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}}^{(D)}$ (M) obtenue

est donnée par (3.2) où m_A est maintenant la masse du proton. Avec le modèle (D + P), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p\bar{p}}^{(D+P)}(M) &= \sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p\bar{p}}^{(D)}(M) + \frac{2\pi\alpha^2}{M^2} \left[4\kappa \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} + \right. \\
 &+ \frac{\kappa^2}{(1-\beta_A^2)} \left[2\beta_A (4+\beta_A^2) + (1-\beta_A^2) \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} \right] + \\
 &+ \frac{2\kappa^3}{(1-\beta_A^2)} \left[4\beta_A - (1-\beta_A^2) \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} \right] + \\
 &+ \left. \frac{\kappa^4}{2(1-\beta_A^2)} \left[2\beta_A + \frac{\beta_A(3-\beta_A^2)}{3(1-\beta_A^2)} - (1-\beta_A^2) \ln \frac{1+\beta_A}{1-\beta_A} \right] \right] \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Nous avons séparé les termes selon les puissances de κ (moment magnétique anormal du proton); le terme en κ^0 , c'est-à-dire $\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p\bar{p}}^{(D)}(M)$, est donné par (3.2).

Nous montrons les courbes $\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow p\bar{p}}(M)$ en fonction de M (avec les deux modèles) sur la figure VI (en fin de texte). Il nous a paru intéressant de montrer également sur cette figure la variation des sections efficaces pour la réaction inverse, c'est-à-dire $\sigma_{p\bar{p} \rightarrow \gamma\gamma'}(M)$ en fonction de M (pour obtenir ces sections efficaces nous devons multiplier (4.1) par le facteur $\frac{1}{2\beta_A^2}$, où $\frac{1}{\beta_A^2}$ est un facteur cinématique et $\frac{1}{2}$ un facteur dû à l'indistinguibilité des deux photons dans l'état final).

Nous pouvons constater que :

- i) le modèle (D+P) donne des sections efficaces beaucoup plus importantes que le modèle (D);
- ii) si l'on s'éloigne du seuil, le modèle (D+P) devient apparemment inacceptable, car la section efficace correspondante tend à croître avec M ;

iii) par contre, près du seuil, il s'avère que le modèle (D+P) paraît meilleur que le modèle (D), car il donne un meilleur accord avec le résultat de HARTILL et al.⁽⁶⁸⁾, obtenu pour la réaction inverse. En effet, cette expérience donne à $M = 2.26$ GeV

$$\left(\frac{d\sigma_{\bar{p}p \rightarrow \gamma\gamma}}{d\Omega_p} \right)_{90^\circ} = \left(\begin{array}{c} + 1.9 \\ 1.6 \\ - 0.8 \end{array} \right) 10^{-1} \mu\text{b/sr}$$

En utilisant la forme différentielle de (4.1), donnée par (le premier terme étant fourni par (3.16))

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow \bar{p}p}^{(D+P)}(M,x)}{d\Omega_p} &= \frac{d\sigma_{\gamma\gamma' \rightarrow \bar{p}p}^{(D)}(M,x)}{d\Omega_p} + \\ &+ \frac{\alpha^2}{M^2} \beta_A \left[\frac{4\kappa}{1 - \beta_A^2 x^2} + \kappa^2 \left(\frac{5}{1 - \beta_A^2} + \frac{\beta_A^2 x^2}{1 - \beta_A^2 x^2} \right) + \right. \\ &+ 4\kappa^3 \left(\frac{1}{1 - \beta_A^2} - \frac{1}{2(1 - \beta_A^2 x^2)} \right) + \\ &\left. + \frac{\kappa^4}{4} \left(\frac{2}{1 - \beta_A^2} + \frac{1 - \beta_A^2 x^2}{(1 - \beta_A^2)^2} - \frac{2}{1 - \beta_A^2 x^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

où $x = \cos \psi^*$, ψ^* étant l'angle, dans le système du centre de masse $\gamma\gamma'$, du proton par rapport à l'axe $\gamma\gamma'$, nous obtenons l'expression théorique de

$$\frac{d\sigma_{\bar{p}p \rightarrow \gamma\gamma'}^{(D+P)}(M,x)}{d\Omega_\gamma} \quad \text{en multipliant (4.2) par le facteur } \frac{1}{2\beta_A^2},$$

et en réinterprétant ψ^* comme l'angle, dans le centre de masse $p\bar{p}$, de l'un des γ par rapport à l'axe $p\bar{p}$. Nous trouvons le résultat (théorique) à $M = 2.26$ MeV, pour le modèle (D + P) :

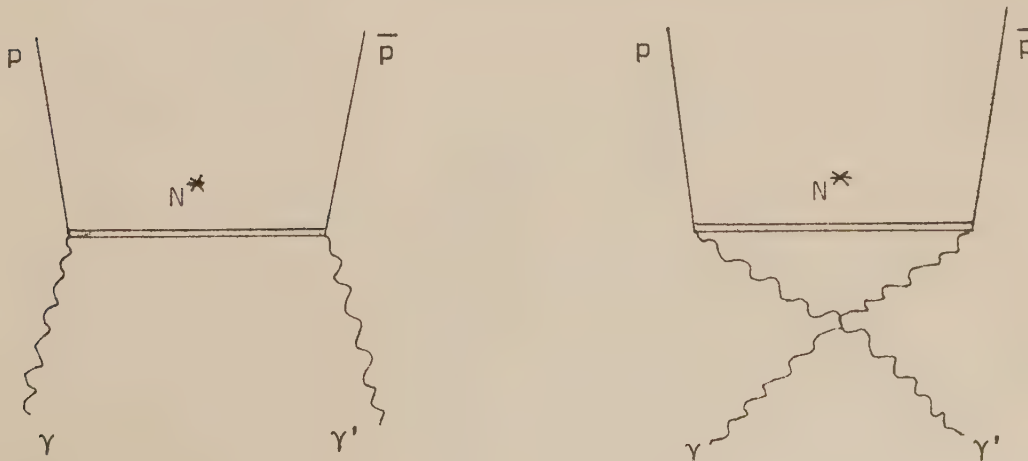
$$\left(\frac{d \sigma_{p\bar{p} \rightarrow \gamma\gamma'}^{(D+P)}(M, x)}{d \Omega_{\gamma}} \right)_{90^\circ} = 2.22 \cdot 10^{-1} \text{ } \mu\text{b/sr}$$

tandis que le modèle (D) donne seulement $5.19 \cdot 10^{-3} \text{ } \mu\text{b/sr}$.

A $M = 2.61$ GeV, on a

$$\left(\frac{d \sigma_{p\bar{p} \rightarrow \gamma\gamma'}^{(M,x)}}{d \Omega_{\gamma}} \right)_{90^\circ} = \begin{cases} < 0.8 \cdot 10^{-1} \text{ } \mu\text{b/sr} \text{ d'après HARTILL et al.} \\ 3.27 \cdot 10^{-3} \text{ } \mu\text{b/sr} \text{ modèle (D)} \\ 1.89 \cdot 10^{-1} \text{ } \mu\text{b/sr} \text{ modèle (D + P)} \end{cases} \quad (68)$$

On voit que le modèle (D + P) donne le bon ordre de grandeur à $M = 2.26$ GeV, alors qu'il aboutit déjà à une valeur nettement trop élevée à 2.61 GeV. Nous allons, dans un avenir prochain, essayer de raffiner notre modèle, en incluant les diagrammes suivants :



Pour $\frac{d\sigma}{dM} (e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ p \bar{p})$, nous montrons, sur les figures VII et VIII

la contribution du diagramme 7a (avec les deux modèles), en prenant $E_0 = 5 \text{ GeV}$, $\theta_{\max} = \theta'_{\max} = 4 \text{ mrd}$ ou 1° . Nous donnons aussi, sur les figures IX et X, les courbes $\frac{d\sigma}{dM} (e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ p \bar{p})$ relatives à la contribution du background (diagrammes 7b + 7c), avec différents modèles pour le couplage $\gamma p p$, à savoir :

a) Dirac ponctuel; $\Gamma_{\text{ponct}}^{(D)}(M)$ est donné par (3.5).

b) Dirac + Pauli ponctuel; nous avons

$$\Gamma_{\text{ponct}}^{(D+P)}(M) = \frac{\alpha}{3 M^2} [M^2(1+\kappa)^2 + 2 m_A^2] (M^2 - 4 m_A^2)^{1/2} \quad (4.3)$$

c) Dirac avec facteur de forme du type dipôle; on a

$$\Gamma_{\text{ff}}^{(D)}(M) = \frac{1}{(1 - \frac{M^2}{0.71})^4} \Gamma_{\text{ponct}}^{(D)}(M) \quad (4.4)$$

(M^2 en GeV^2)

d) Dirac + Pauli avec facteur de forme du type dipôle; nous prenons ici

$$\frac{G_M}{1 + \kappa} = G_E = \frac{1}{(1 - \frac{M^2}{0.71})^2} \quad (4.5)$$

et dans ce cas on a [†]

$$\Gamma_{\text{ff}}^{(D+P)}(M) = \frac{1}{(1 - \frac{M^2}{0.71})^4} \Gamma_{\text{ponct}}^{(D+P)}(M) \quad (4.6)$$

[†] Il est vrai que la relation

$$\frac{G_M}{1 + \kappa} = G_E$$

(assez bien vérifiée expérimentalement dans la région du genre espace,

On voit sur les courbes que, dans tous les cas, le background est totalement négligeable vis-à-vis du terme principal (la réjection du background paraît encore bien meilleure que pour la production de paires de particules plus légères).

Sur les figures XI et XII, nous montrons la variation des sections efficaces intégrées du processus $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ p \bar{p}$, en fonction de l'énergie E_0 (avec $\theta_{\max} = \theta'_{\max} = 4$ mrd). On voit que, même si l'on adopte le couplage de Dirac (qui fournit probablement une limite inférieure plutôt que supérieure), la production de $p \bar{p}$ devrait être comparable, à partir de $E_0 = 3$ GeV, à celle de $K \bar{K}$.

β) Production de baryon-antibaryon (autre que $p \bar{p}$).

Nous montrons également sur les figures XI et XII le comportement en énergie des sections efficaces intégrées (avec $\theta_{\max} = 4$ mrd) des processus

$$e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ B \bar{B}$$

où $B = n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-$, en utilisant toujours les deux modèles : couplage de Dirac (intervenant, bien sûr, pour les particules

c'est-à-dire dans la réaction $e + p \rightarrow e + p$) ne peut pas être vérifiée au seuil de la région du genre temps ($M = 2 m_A$), car en ce point la géométrie d'espace-temps (indistinguibilité entre amplitude transversale et longitudinale, voir référence 69) donne nécessairement $G_M = G_E$. Mais de toute façon, au seuil, $\frac{d\sigma}{dM} \equiv 0$ (voir (4.3)); d'autre part, il est évident que nous nous contentons ici d'un modèle grossier pour prédire des ordres de grandeur.

chargées seulement) et couplage de Dirac + Pauli. Pour les courbes de la figure XII, nous avons pris les valeurs suivantes des moments magnétiques anormaux ^{(70), (71)} :

	p	n	Λ	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
κ	1.79	-1.91	-0.73	1.4	0.86	-1.86	-1.67	-1.84

(en unités $e/2 m_p$).

VII) $\gamma + \gamma \rightarrow X$ ($X = \pi^0, \eta, \eta'$)

Les valeurs obtenues, au moyen de l'effet Primakoff, de ⁽⁵²⁾ $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2 \gamma)$ et $\Gamma(\eta \rightarrow 2 \gamma)$ pourraient être améliorées, en réalisant ces expériences, et la valeur de $\Gamma(\eta' \rightarrow 2 \gamma)$ pourrait être ainsi déterminée.

Une variante du schéma suggéré ici a été proposée et étudiée ⁽⁵⁵⁾ en détail par J. PARISI. Elle consiste à détecter un seul des $e^\pm$ sortants à petit angle, tandis que l'autre serait détecté à grand angle. De cette façon, seulement un des deux photons échangés est presque réel, l'autre étant très virtuel. En conséquence, on pourrait étudier expérimentalement les facteurs de forme du vertex $X\gamma\gamma$ dans la région du genre espace.

VIII) $\gamma + \gamma \rightarrow$ hadrons (en général)

Il y a ici un champ très vaste d'applications. En particulier, on peut étudier :

- i) la production de toutes les résonances mésiques avec $C = +1$ (par formation directe, sans hadron spectateur);
- ii) les réactions $\gamma + \gamma \rightarrow V + \bar{V}$ où $V = \rho, \omega, \phi$, pour lesquelles on pourrait utiliser des modèles théoriques du type de ceux employés pour $\gamma + N \rightarrow V + N$ ("vector dominance" plus diffraction).

iii) Productions de $N \bar{N}^*$, $\bar{N} N^*$, $N^* \bar{N}^*$, $\Omega^- \bar{\Omega}^+$, $\Upsilon \bar{\Upsilon}^*$, etc, etc.

IX) $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$

D'un point de vue théorique, cette réaction est un champ d'études en elle-même, du fait de son extrême complexité. Il existe en effet de nombreuses possibilités d'échanges de hadrons (ainsi que de paires de leptons) dans les trois voies s, t, u. Expérimentalement nous pouvons nous demander si cet effet ne sera pas dominé, même aux grands angles d'émission des photons, par le double bremsstrahlung des collisions électron-positron. Nous étudions actuellement cette question.

X) Processus à échange de trois photons

A des énergies beaucoup plus élevées que celles des anneaux $e^- e^+$ existants ou en construction, on pourra envisager des processus d'échange de trois photons (voir figure 12)

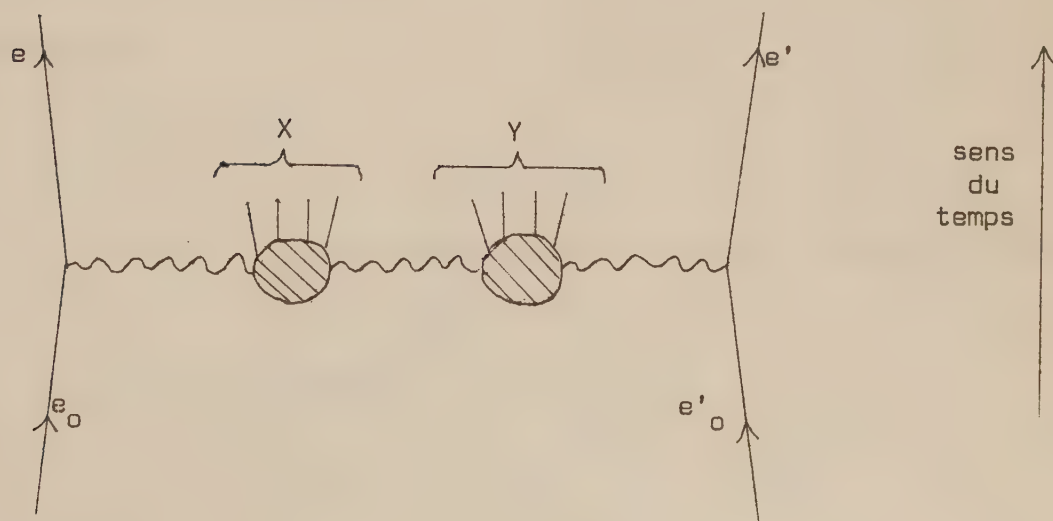


fig. 12

X et Y représentent n'importe quel ensemble de particules pouvant être créé dans une collision $\gamma \gamma$. Aux énergies et luminosités des anneaux en construction, le seul processus de ce type qui puisse éventuellement donner des taux de comptage accessibles est

$$e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ e^- e^+ e^- e^+$$

Un calcul très grossier concernant ce processus, calcul basé sur une approximation du type Williams-Weizsäcker, mais ne respectant pas ses conditions de validité, a été fait par SERBO^(16). Ce calcul fait apparaître des sections efficaces relativement élevées, mais de toute façon il ne peut pas être considéré comme réaliste, car il ne contient aucune coupure sur les énergies des particules $e^\pm$ créées; or, la grande majorité de ces particules sont émises à faible énergie (les paires créées correspondent essentiellement à une masse invariante voisine du seuil) et ne pourront donc pas être détectées. Une réduction supplémentaire importante des taux de comptage effectifs proviendrait du fait que ces paires d'électrons sont principalement émises à petit angle par rapport à l'axe des faisceaux.

XI) SPECULATIONS

On peut envisager

$$\gamma + \gamma \rightarrow l^* + \bar{l}^* \quad (l^* = \text{lepton lourd})$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow W + \bar{W} \quad (W = \text{boson intermédiaire des interactions faibles})$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow q + \bar{q} \quad (q = \text{quark})$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow \text{parton} + \text{anti-parton}$$

etc.

CONCLUSION

Dorénavant, les physiciens des anneaux de stockage $e^+ e^-$ sont amenés à considérer deux domaines séparés d'application de ces anneaux :

- l'annihilation électron-positron
- les collisions photon-photon.

Il est intéressant de comparer les avantages et désavantages de ces deux domaines distincts de recherches.

Par rapport à l'annihilation, les collisions $\gamma \gamma$ présentent les désavantages suivants :

1. - Plus grandes difficultés expérimentales, car deux particules supplémentaires (les $e^\pm$ diffusés) doivent être détectées en plus des particules créées.
2. - Energie de collision plus faible pour une même énergie de faisceau.
En effet, comme le montrent nos courbes $\frac{d\sigma}{dM}(e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A})$ (figures I, II, VII, VIII), la matérialisation $\gamma \gamma$ se produit surtout dans les régions des seuils de réaction, donc en général à faible M , de sorte que seulement une faible fraction de l'énergie disponible est utilisée pour ces processus; dans l'annihilation, bien entendu, c'est l'énergie totale qui est utilisée (les corrections radiatives mises à part).

Les avantages des collisions $\gamma \gamma$ sont les suivantes :

- α . - Sections efficaces plus élevées. Comme nous l'avons montré (figure III), les sections efficaces de $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A \bar{A}$ deviennent en général comparables à celles des processus $e^- e^+ \rightarrow A \bar{A}$ (pour le même A) aux environs de $E_0 = 1$ GeV. Toutefois, si l'on

tient compte des coupures cinématiques nécessaires, la région où les deux types de processus deviennent comparables se déplace vers les énergies plus élevées (13). Il n'en est pas moins vrai que le comportement en fonction de l'énergie (à mesure que celle-ci croît) des sections efficaces $\gamma\gamma$ — même compte tenu des coupures cinématiques — est plus favorable que celui des sections efficaces d'annihilation.

- β. - Plus grand intérêt physique. En effet, alors que dans l'annihilation (du moins tant qu'elle passe par un seul photon) on ne peut créer que des états $J = 1, P = -1, C = -1$, les collisions $\gamma\gamma$ permettent de créer des états de spin et parité quelconques, la seule limitation étant $C = +1$.

Dans le contexte de la comparaison que nous venons de faire, il paraît intéressant d'évoquer également le problème — devenu très actuel depuis les expériences récentes de Frascati sur la production multi-hadrons (72) — de la contamination mutuelle des deux types de processus. Il est évident que ce problème ne se poserait pratiquement pas si l'on mesurait les énergies des particules produites puisque — comme nous l'avons dit au point 2 plus haut — les énergies de collision sont en général extrêmement différentes pour les deux types de processus. L'emploi futur de détecteurs magnétiques devrait donc permettre de résoudre complètement ce problème de contamination. Cependant, comme on n'a pas effectué une telle discrimination en énergie dans les expériences de Frascati, le problème s'est posé de savoir si en particulier les événements à 2 particules détectées "non-coplanaires" (c'est-à-dire particules dont la trace dans le plan perpendiculaire aux faisceaux n'est pas colinéaire), analysés de prime abord comme des

processus d'annihilation en plusieurs hadrons, ne pouvaient pas être contaminés par des réactions photon-photon. Ce n'est pas exclu a priori, car dans les processus $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ A^- A^+$ les particules A^- , A^+ produites, tout en présentant une certaine tendance à la coplanarité (dans la mesure où les $e^\pm$ sont essentiellement diffusés à petit angle), ne sont toutefois pas strictement coplanaires.

Nous espérons être bientôt en mesure, grâce à des calculs effectués actuellement, de fournir une réponse définitive à cette question de contamination.

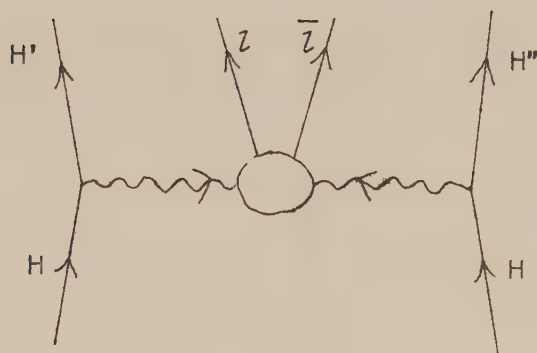
Pour conclure, nous mentionnerons la possibilité, évoquée à plusieurs reprises dans la littérature récente, de produire des collisions photon-photon dans les interactions hadroniques ou "semi-hadroniques" (lepton-hadron ou photon-hadron). En réalité, ce type de processus est connu depuis longtemps, l'exemple classique étant l'effet de Bethe-Heitler, c'est-à-dire la photoproduction de paires d'électrons dans le champ coulombien des noyaux; à ce dernier effet on peut rattacher aussi les "tridents" ($e^- + N \rightarrow e^- + e^+ + e^- + N$) étudiés également depuis fort longtemps, et qui se ramènent (à condition de pouvoir négliger un certain nombre de diagrammes de Feynman supplémentaires), à la photoproduction de paires d'électrons par photons virtuels (dans une large mesure quasi-réels). Bien entendu l'effet de Bethe-Heitler et les tridents peuvent s'étendre aussi à la création de paires de muons (dans les tridents, par ailleurs, la particule incidente peut être également un muon).

Ces processus peuvent être étudiés (et ont été en effet abondamment étudiés ces dernières années) en vue de trouver une faillite de l'électrodynamique quantique (notamment, anomalie du

propagateur leptonique, ou rupture de l'universalité électron-muon).

Il convient aussi de mentionner les processus

$$H + H \rightarrow H' + H'' + l + \bar{l}$$



H = hadron

l = lepton

fig. 13

En particulier, l'équipe du Professeur MORAND (communication privée) dans une expérience faite au C.E.R.N. (protons de 30 GeV sur noyaux) a détecté un grand nombre de "tridents" $p e^- e^+$ dûs sans aucun doute à ce phénomène (voir thèse de CARIMALO, en cours de rédaction). D'autre part, l'étude

$$p + p \rightarrow p + p + l + \bar{l}$$

correspondant à ce même effet, sera sans doute entreprise aux ISR du C.E.R.N., où il sera possible d'atteindre de très grandes valeurs de Q^2 (Q = quadrivecteur du lepton virtuel échangé).

Mais dès lors que l'on veut s'intéresser à des réactions faisant intervenir les processus $\gamma + \gamma \rightarrow$ hadrons, qui sont de loin les plus intéressants, on se heurte à une difficulté fondamentale qui est l'existence du background hadronique. C'est en isolant soigneusement certaines régions cinématiques (celles de très petits transferts) que l'on peut espérer réduire ce background, sans toutefois s'en débarrasser

totalement. C'est là l'idée fondamentale à la base de l'effet Primakoff (73); elle a permis de déterminer approximativement le taux de désintégration du π^0 et du η en deux photons.

Une généralisation de l'effet Primakoff a été proposé (74), dans laquelle π^0 ou η est remplacé par un système hadronique quelconque (voir figure 14).

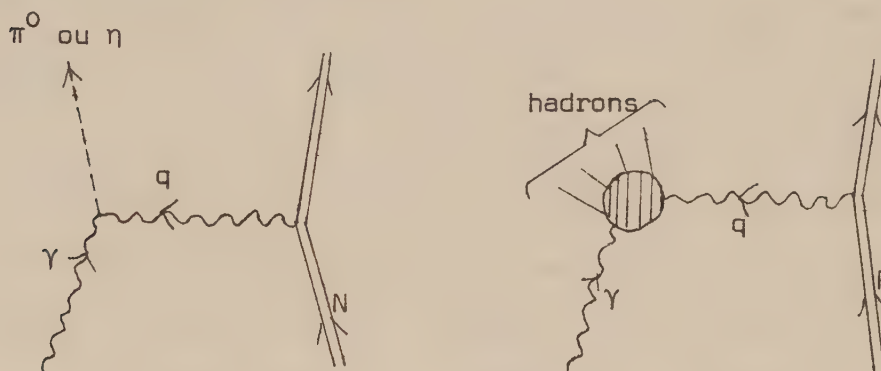


fig. 14

Notamment Stodolsky a proposé de mesurer, dans une réaction de photo-production sur noyau, non pas les particules produites, mais l'énergie de recul du noyau, en limitant celle-ci à des valeurs très faibles, pour lesquelles l'interaction coulombienne est supposée prédominer sur l'interaction forte. Bien entendu, du fait que l'on ne détecte pas les particules produites, on ne mesurerait ainsi que la section efficace $\gamma\gamma$ totale pour une masse manquante M donnée (reconstituée à partir de l'angle et de l'énergie de recul du noyau). Cette suggestion mérite le commentaire suivant : à faible M , c'est essentiellement l'effet de Bethe-Heitler que l'on mesurera (ainsi, par exemple à $M = 500$ MeV, les paires d'électrons produites devraient être à peu près 100 fois plus nombreuses que les paires de pions); à grand M (quelques GeV), où la

production de hadrons pourrait prédominer, le carré du quadri-transfert (qui est corrélé à M par la relation

$$|q|_{\min}^2 = \frac{M^4}{4 E^2}$$

où E est l'énergie du faisceau γ incident) n'est plus suffisamment faible pour que l'on puisse assurer que le mécanisme de production par interaction coulombienne (figure 14) prédomine par rapport aux mécanismes faisant intervenir l'interaction forte.

D'un autre côté, si l'on mesure les hadrons produits, il sera sans doute également très difficile de discriminer entre ceux produits par effets coulombiens et les autres. Notamment, si l'on recherche le σ , il sera extrêmement difficile d'éliminer le background dû au ρ^+ .

En résumé, seules les collisions e^+e^- permettent, à condition de respecter les conditions de détection que nous avons définies (voir début du chapitre 4), d'avoir un phénomène pur de production de systèmes hadroniques à partir de deux spectres de photons. (77)

(75)
[†] C'est bien ce qui ressort du calcul de N. JURISIC et STODOLSKY .
 Toutefois, ces auteurs suggèrent qu'il pourrait être éventuellement possible d'étudier l'interférence ρ - σ dans ce type d'expérience.

APPENDICE 1

Après avoir fait un formalisme trigonométrique unifié (à quatre dimensions) pour des quadrivecteurs du genre espace et du genre temps (voir chapitre I, pages 7, 11 et 15), il est facile de faire le passage, moyennant quelques conventions, à une trigonométrie sphérique unifiée (voir à ce sujet A. JACCARINI, référence (9)). Nous procéderons comme suit. Toutes les quadri-impulsions intervenant dans un processus étant ramenées à une origine commune O , nous considérons "l'hypersphère" de centre O et de rayon unité. Etant donné deux quadrivecteurs a et b , le plan (a, b) coupe la sphère suivant un grand cercle (fig.1); l'arc $\widehat{AB}$ compris entre les deux quadrivecteurs est, par définition, égal à l'angle θ entre ces quadrivecteurs. En plus, si l'on considère un troisième quadrivecteur c , l'angle ϕ entre les demi-plans formés par (c, a) et (c, b) n'est rien d'autre que l'angle formé par les tangentes en C aux arcs $\widehat{CA}$ et $\widehat{CB}$ (voir fig.2).

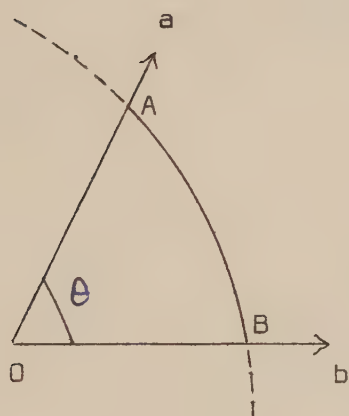


fig. 1

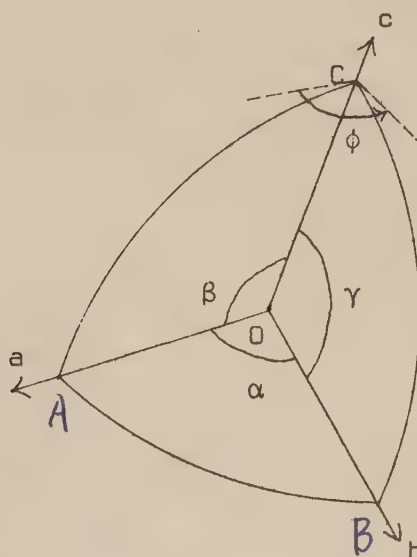


fig. 2

La figure ABC est un "triangle sphérique" et contient toutes les informations cinématiques concernant les quadrivecteurs a , b , c , à l'exception des longueurs de ces quadrivecteurs, c'est-à-dire leurs masses.

Les éléments d'un triangle sphérique vérifient la relation bien connue (voir fig.2)

$$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos \phi$$

Nous avons vu dans (1.16) page 12, la relation générale (quels que soient a , b , c , du genre espace ou du genre temps) invariante relativiste

$$\cos (ab) = \cos (ac) \cos (cb) + \sin (ca) \sin (cb) \cos \phi \quad (1)$$

Etant donné la convention de la fig.1, nous identifions:

l'angle α à l'angle entre les quadrivecteurs a et b

l'angle β à l'angle entre les quadrivecteurs c et a

l'angle γ à l'angle entre les quadrivecteurs c et b

et ϕ comme l'angle entre les demi-plans définis par (c, a) et (c, b)

respectivement. Si nous appelons $a_{\perp}$ et $b_{\perp}$ les composantes des

quadrivecteurs a et b dans l'hyperplan perpendiculaire à c l'angle ϕ

(voir fig.2 et fig.3) n'est rien d'autre que l'angle entre les

quadrivecteurs $a_{\perp}$ et $b_{\perp}$.

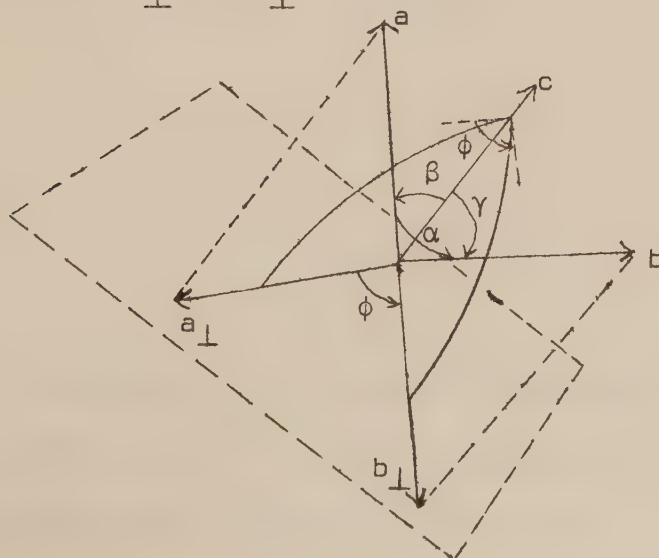


fig. 3

De la relation (1) et des deux autres relations dérivées par permutation, nous déduisons toutes les formules utilisées en trigonométrie sphérique ordinaire. Nous insistons sur le fait que ce sont des relations invariantes relativistes, et en conséquence nous ne faisons pas appel à un système de référence particulier.

CAS PARTICULIER.

Supposons que c soit un quadrivecteur du genre temps (a, b du genre temps ou du genre espace) et plaçons-nous dans le système au repos de c (voir fig.4). Dans ce cas l'hyperplan perpendiculaire à c est l'espace ordinaire à trois dimensions et ϕ , dans ce système, n'est rien d'autre que l'angle entre les trivecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

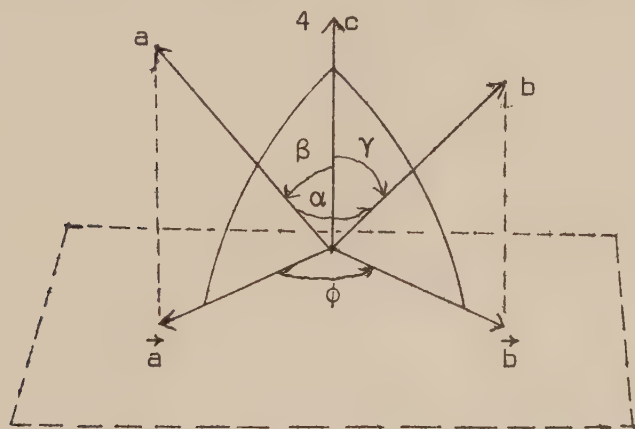


fig. 4

En conséquence, en langage tridimensionnel, dans ce système, le $\cos \phi$ vérifie aussi la relation, quelque soit l'ensemble de trois axes orthogonaux que nous choisissons (voir fig.5)

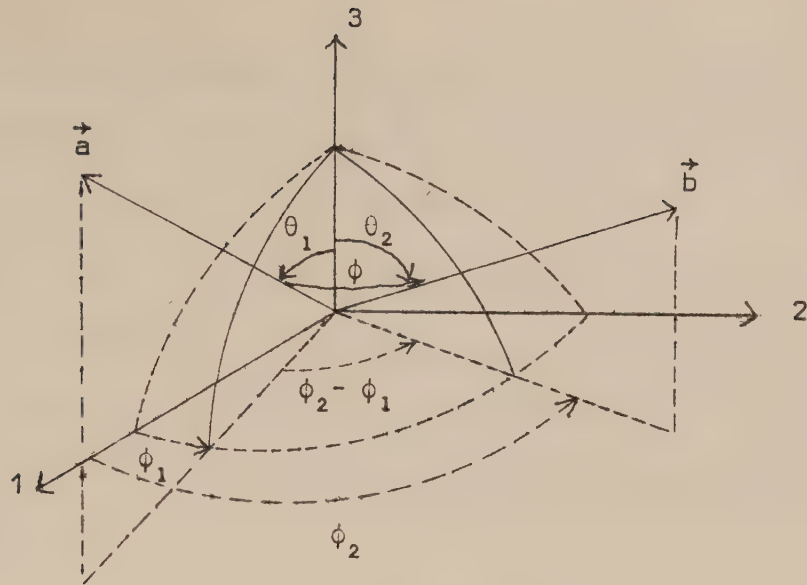


fig. 5

$$\cos \phi = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos (\phi_2 - \phi_1) \quad (2)$$

Si nous appelons $\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2, \vec{\epsilon}_3$ les trois tri-vecteurs le long des axes 1, 2, 3, respectivement, nous voyons que θ_1 est l'angle entre $\vec{\epsilon}_3$ et $\vec{a}$, donc en langage invariant (quadridimensionnel) l'angle formé par les demi-plans (c, ϵ_3) et (c, a) , et en conséquence, compte tenu de (1)

$$\cos \theta_1 = \frac{(\cos \epsilon_3 a) - \cos (\epsilon_3 c) \cos (c a)}{\sin (c \epsilon_3) \sin (c a)} \quad (3)$$

De façon analogue

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos (\epsilon_3 b) - \cos (\epsilon_3 c) \cos (c b)}{\sin (c \epsilon_3) \sin (c b)} \quad (4)$$

Les égalités (2), (3), (4) nous permettent d'écrire l'angle entre les plans formés par $(\vec{\epsilon}_3, \vec{a})$ et $(\vec{\epsilon}_3, \vec{b})$ (fig. 5)

$$\cos (\phi_2 - \phi_1) = \frac{\cos \phi - \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \sin \theta_2}$$

en fonction des expressions invariantes des angles ϕ, θ_1, θ_2 données par (1), (3) et (4).

Des relations analogues à (1) obtenues par permutation, ainsi que celles analogues à (2), (3) et (4), dans les systèmes de a , b au repos (s'ils sont du genre temps), sont évidentes.

Quand c (ou a , ou b) est le long d'un axe d'espace, les rotations dans l'hyperplan orthogonal correspondent aux transformations de Lorentz qui font intervenir les deux autres axes d'espace. Dans ce cas, l'extension des relations (2), (3), (4), moyennant certaines modifications triviales, est immédiate.

APPENDICE 2

Quand, à l'intérieur d'un diagramme quelconque de Feynman de type "arbre", nous avons trois plan d'espace-temps, comme ceux indiqués dans la fig.1, ayant deux à deux les arêtes c et e communes, l'angle ϕ (autour du plan (cde)) qui nous fait passer de $\epsilon_2(e)$ (normale commune aux plans (acb) et (cde)), appartenant à la tétrade d'hélicité de e définie par rapport au plan (cde) à $\epsilon'_2(e)$ (normale commune aux plans (cde) et (feg)), appartenant à la tétrade d'hélicité de e définie par rapport au plan (feg) (voir fig.1) [†] est donné par

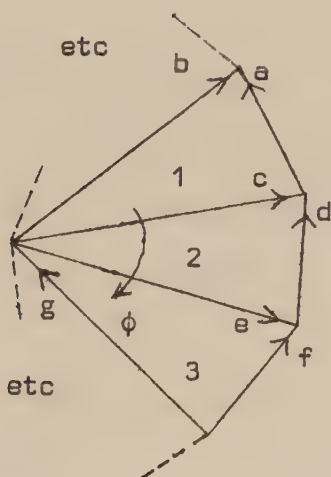


fig. 1

$$\cos \phi = \frac{\cos \alpha - \cos \beta \cos \beta'}{\sin \beta \sin \beta'} \quad (1)$$

où

$$\cos \alpha = \frac{\cos(af) - \cos(ad) \cos(df)}{\sin(da) \sin(df)} \quad (2)$$

$$\cos \beta = \frac{\cos(ac) - \cos(ad) \cos(dc)}{\sin(da) \sin(dc)} \quad (3)$$

$$\cos \beta' = \frac{\cos(cf) - \cos(cd) \cos(df)}{\sin(dc) \sin(df)} \quad (4)$$

N'oublions pas que les expressions (1), (2), (3), (4) sont des invariants relativistes. Compte tenu de l'appendice 1, les angles α , β et β' sont représentés dans la fig.2 où, pour des raisons pédagogiques, nous avons dessiné séparément les triangles sphériques qui sont tous sur

[†] On peut dire aussi plus simplement que la rotation d'angle ϕ superpose l'hyperplan (1,2) à l'hyperplan (2, 3).

la même surface de la sphère de rayon unité.

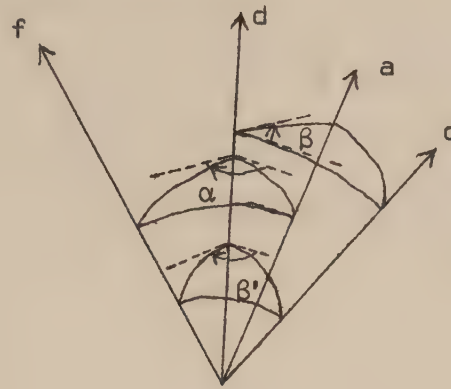


fig. 2

VISUALISATION DE ϕ EN TRIGONOMETRIE SPHERIQUE

Appelons $a_{\perp}$, $c_{\perp}$, $e_{\perp}$, $f_{\perp}$, $g_{\perp}$, les composantes des quadrivecteurs a , c , e , f , g dans l'hyperplan perpendiculaire à d . En projetant la relation de conservation (fig.1)

$$d + e = c$$

sur cet hyperplan, on a :

$$e_{\perp} = c_{\perp}$$

Les angles α , β , β' , ϕ sont ainsi représentés très simplement sur le schéma de trigonométrie sphérique de la fig.3

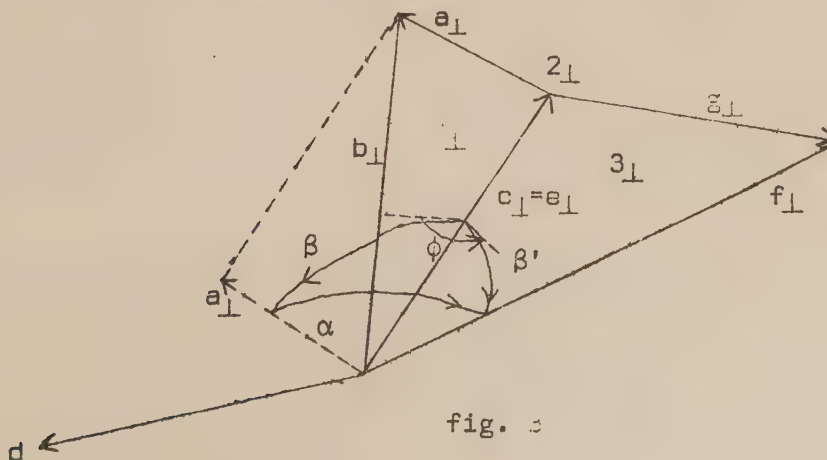


fig. 3

Les quadrivecteurs $a_{\perp}$, $c_{\perp}$ se réduisent évidemment, dans le système de d au repos aux trivecteurs $\vec{a}$, $\vec{c}$, ... Il nous paraît cependant fondamentalement préférable d'éviter de recourir à des systèmes de référence, même lorsqu'il s'agit de cinématique; car introduire un système de référence, c'est toujours introduire un observateur, c'est-à-dire un élément extérieur à la nature.

ANGLES ϕ_2 et ϕ_3 .

Par rapport à la fig.8 (page 48), si nous appelons $e_{o\perp}$, $e_{\perp}$, $e'_{o\perp}$, $e'_{\perp}$, $q_{\perp}$, $\bar{q}'_{\perp}$, $k_{1\perp}$, les composantes des quadrivecteurs e_o , e , e'_o , e' , q , $\bar{q}'$, k_1 , dans l'hyperplan orthogonal à X , nous pouvons visualiser les angles ϕ_2 et ϕ_3 dans la fig. 4

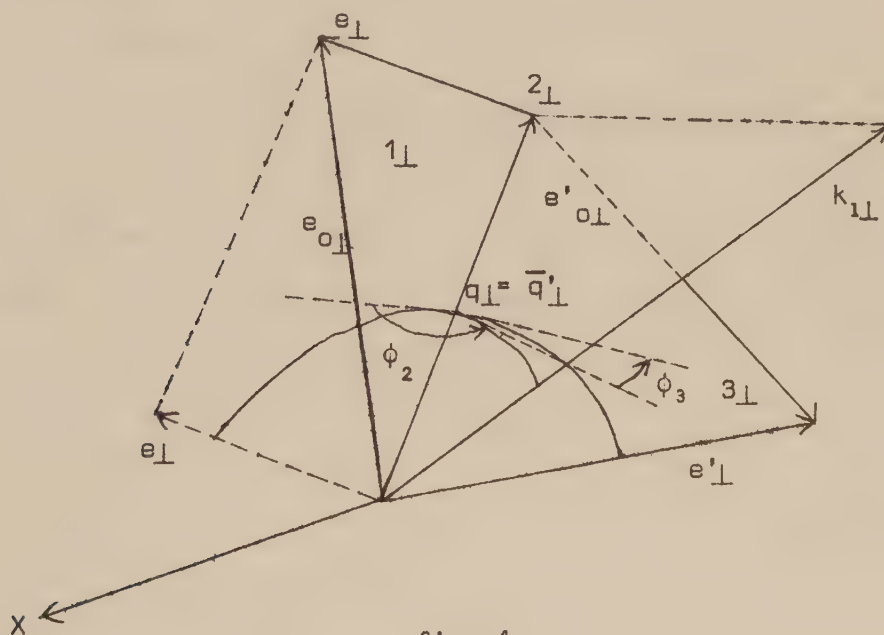


fig. 4

Tenant compte de (1) nous pouvons écrire

$$\cos \phi_2 = \frac{\cos \alpha - \cos \theta_1 \cos \gamma}{\sin \theta_1 \sin \gamma}$$

où

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{\cos (e k_1) - \cos (e X) \cos (X k_1)}{\sin (X e) \sin (X k_1)} \\ \cos \theta_1 &= \frac{\cos (q e) - \cos (q X) \cos (X e)}{\sin (X q) \sin (X e)} \\ \cos \gamma &= \frac{\cos (q k_1) - \cos (q X) \cos (X k_1)}{\sin (X q) \sin (X k_1)}\end{aligned}\quad (5)$$

De même

$$\cos \phi_3 = \frac{\cos \alpha' - \cos \gamma \cos \theta_2}{\sin \gamma \sin \theta_2}$$

où

$$\cos \alpha' = \frac{\cos(k_1 e') - \cos (k_1 X) \cos (X e')}{\sin (X k_1) \sin (X e')}$$

$\cos \gamma$ est donné par (5) et

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos (q e') - \cos (q X) \cos (X e')}{\sin (X q) \sin (X e')}$$

Nous voyons dans les pages 53, 54 et 55, qu'il n'est pas nécessaire de connaître ϕ_1 et ϕ_2 , dans le cas qui nous intéresse, sauf leur somme. Cet angle est donné dans l'appendice 4.

APPENDICE 3

Nous allons écrire tous les produits scalaires, utiles dans le calcul du processus, d'une façon exacte (dans la métrique +++-)

$$(e_0, e'_0) = -|\vec{e}_0|^2 - E_0^2 = -2 E_0^2 + m^2 \equiv -(e_0 \cdot e'_0)$$

$$(e_0, e) = -\left(\frac{t}{2} + m^2\right) \quad ; \quad (e, q) = -\frac{t}{2}$$

$$(e_0, q) = \frac{t}{2} \quad ; \quad (e, q') = -2 E_0 \omega' + \frac{t}{2} + \frac{M^2}{2}$$

$$(e'_0, e') = -\left(\frac{t'}{2} + m^2\right) \quad ; \quad (e, X) = -2 E_0 \omega' + \frac{M^2}{2}$$

$$(e'_0, q') = -\frac{t'}{2} \quad ; \quad (e', q) = -2 E_0 \omega + \frac{t'}{2} + \frac{M^2}{2}$$

$$(e'_0, e) = -2 E_0 E + \frac{t}{2} + m^2 \quad ; \quad (e', q') = -\frac{t'}{2}$$

$$(e'_0, q) = -\left(2 E_0 \omega + \frac{t}{2}\right) \quad ; \quad (e', X) = -2 E_0 \omega + \frac{M^2}{2}$$

$$(e_0, e') = -2 E_0 E' + \frac{t'}{2} + m^2 \quad ; \quad (e, e') = 2 E_0 (E_0 - E - E') + m^2 - \frac{1}{2} M^2$$

$$(e_0, q') = -\left(2 E_0 \omega' + \frac{t'}{2}\right) \quad \text{Nous avons également}$$

$$(q, q') = -\frac{1}{2} (M^2 + t + t') \quad \underline{e} = \underline{e}_0 = \underline{e}'_0 = \underline{e}' \equiv \hat{1} m$$

$$(q, X) = -\frac{1}{2} (M^2 + t' - t) \quad \underline{X} = \hat{1} M$$

$$(q', X) = -\frac{1}{2} (M^2 + t - t') \quad \underline{q} = \sqrt{t} \quad q' = \sqrt{t'}$$

Compte tenu de (1.12) dans la page 11, et des produits scalaires écrits antérieurement, nous avons

$$\cos (e_0 e'_0) = 2 \frac{E_0^2}{m^2} - 1 \quad ; \quad \cos (q' X) = -\frac{M^2 + t - t'}{\hat{1} 2 M \sqrt{t'}}$$

$$\cos (e_0 e) = \frac{t}{2m^2} + 1 \quad ; \quad \cos (e q) = -\frac{\sqrt{t}}{\hat{1} 2m}$$

$$\cos (e_0 e') = \frac{\sqrt{t}}{\hat{1} 2m} \quad ; \quad \cos (e q') = -\frac{4 E_0 \omega' - t - M^2}{\hat{1} 2 m \sqrt{t'}}$$

$$\begin{aligned}
 \cos (e'_0 e') &= \frac{t'}{2m^2} + 1 & ; \cos (e X) &= \frac{4 E_0 \omega' - M^2}{2 m M} \\
 \cos (e'_0 q') &= \frac{\sqrt{t'}}{\hat{1} 2m} & ; \cos (e e') &= - \frac{4 E_0 (E_0 - E - E') - M^2 + 2 m^2}{2 m^2} \\
 \cos (e'_0 e) &= \frac{4 E_0 E - t}{2 m^2} - 1 & ; \cos (e' q) &= - \frac{4 E_0 \omega - t' - M^2}{\hat{1} 2 m \sqrt{t}} \\
 \cos (e'_0 q) &= - \frac{4 E_0 \omega + t}{\hat{1} 2 m \sqrt{t}} & ; \cos (e' q') &= - \frac{\sqrt{t'}}{\hat{1} 2 m} \\
 \cos (e_0 e') &= \frac{4 E_0 E' - t'}{2 m^2} - 1 & ; \cos (e' X) &= \frac{4 E_0 \omega - M^2}{2 m M} \\
 \cos (e_0 q') &= - \frac{4 E_0 \omega' + t'}{\hat{1} 2 m \sqrt{t'}} & ; \cos (q X) &= - \frac{M^2 + t' - t}{\hat{1} 2 M \sqrt{t}} \\
 \cos (q q') &= - \frac{M^2 + t + t'}{2 \sqrt{t t'}}
 \end{aligned}$$

D'après (1.16) dans la page 12 (voir aussi page 38), nous pouvons écrire pour les angles θ_{12} et θ_{23} de la fig.8 (page 48)

$$\begin{aligned}
 \cos \theta_{12} &= \frac{\cos (e_0 \bar{q}') - \cos (e_0 q) \cos (q \bar{q}')}{\sin (q e_0) \sin (q \bar{q}')} \\
 \cos \theta_{23} &= \frac{\cos (q e'_0) - \cos (q \bar{q}') \cos (\bar{q}' e'_0)}{\sin (\bar{q}' q) \sin (\bar{q}' e'_0)}
 \end{aligned}$$

Compte tenu de l'appendice 1, θ_{12} n'est rien d'autre que l'angle entre les composantes $e_{0\perp}$ et $\bar{q}'_{\perp}$ de e_0 et $\bar{q}'$, dans l'hyperplan orthogonal à q ; θ_{23} est l'angle entre les composantes $q_{\perp}$ et $e'_{0\perp}$ de q et e'_0 , dans l'hyperplan orthogonal à $\bar{q}'$.

Comme $\bar{q}' \equiv -q'$, d'après les produits scalaires déjà déduits nous aurons

$$\cos \theta_{12} = \frac{8 E_0 \omega' + t' - t - M^2}{\sqrt{1 + \frac{4 m^2}{t}} \sqrt{4 M^2 t + (M^2 + t' - t)^2}}$$

$$\cos \theta_{23} = - \frac{8 E_0 \omega + t - t' - M^2}{\sqrt{1 + \frac{4 m^2}{t'}} \sqrt{4 M^2 t + (M^2 + t' - t)^2}}$$

De même

$$\sin \theta_{12} = - \hat{1} \sqrt{\cos^2 \theta_{12} - 1}$$

$$\sin \theta_{23} = + \hat{1} \sqrt{\cos^2 \theta_{23} - 1}$$

APPENDICE 4

a) CALCUL DE $\cos \phi_0$. Appelons $e_{\perp}$, $e'_{\perp}$, $q_{\perp}$, $\bar{q}'_{\perp}$ les composantes des quadrivecteurs e , e' , q , $\bar{q}'$ dans l'hyperplan orthogonal à X . L'angle ϕ_0 est l'angle entre les plans définis par $(q_{\perp} e_{\perp})$ et $(q_{\perp} e'_{\perp})$ (ou $(\bar{q}'_{\perp} e'_{\perp})$) (voir fig. 4, appendice 2). Soient ϕ'_0 , θ_1 , θ_2 les angles entre les quadrivecteurs $e_{\perp}$ et $e'_{\perp}$, $q_{\perp}$ et $e_{\perp}$, $\bar{q}'_{\perp}$ et $e'_{\perp}$, respectivement.

Nous avons

$$\cos \phi'_0 = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi_0 \quad (1)$$

d'où

$$\cos \phi_0 = \frac{\cos \phi'_0 - \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \sin \theta_2} \quad (2)$$

C'est une définition invariante (voir appendices 1 et 2). Dans le cas très particulier où nous désirons nous placer dans le système de X au repos, ϕ_0 est l'angle entre les plans définis par $(\vec{q} \vec{e})$ et $(\vec{q} \vec{e}')$ (ou $(\vec{q}' \vec{e}')$); ϕ'_0 , θ_1 , θ_2 sont les angles entre les trivecteurs $\vec{e}$ et $\vec{e}'$, $\vec{q}$ et $\vec{e}$, $\vec{q}'$ (ou $\vec{q}$) et $\vec{e}'$, respectivement (autrement dit θ_1 et θ_2 sont les angles orbitaux, dans ce système, de $\vec{e}$ et $\vec{e}'$, étant donné que le plan $z^* x^*$ est défini par $\vec{e}$ et $\vec{q}$, $\vec{q}$ étant le long de l'axe z^*).

Compte tenu des appendices 1 et 2, nous avons

$$\cos \phi'_0 = \frac{\cos (e e') - \cos (e X) \cos (X e')}{\sin (X e) \sin (X e')} \quad (3)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{\cos (q e) - \cos (q X) \cos (X e)}{\sin (X q) \sin (X e)} \quad (4)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos (\bar{q}' e') - \cos (\bar{q}' X) \cos (X e')}{\sin (X \bar{q}') \sin (X e')} \quad (5)$$

En exprimant un certain nombre de produits scalaires à la fois dans le système de X au repos (voir ci-après) et dans le système du

laboratoire (voir appendice 3), nous allons obtenir des relations entre les variables exprimées dans les deux systèmes. Si nous notons par E^* , p^* , E'^* , p'^* , l'énergie et la valeur absolue de l'impulsion de e et e' dans le système de X au repos, on a

$$(e, X) = -E^* M \quad (e', X) = -E'^* M \quad (6)$$

d'où on déduit

$$E^* = \frac{4 E_0 \omega' - M^2}{2 M} \quad E'^* = \frac{4 E_0 \omega - M^2}{2 M} \quad (7)$$

$$(p^* = \sqrt{E^{*2} - m^2} ; p'^* = \sqrt{E'^{*2} - m^2})$$

$\cos \phi'_0$ peut s'exprimer dans l'un ou l'autre système par les formules suivantes

$$\cos \phi'_0 = \frac{\frac{4 E_0 (E_0 - E - E') - M^2 + 2m^2}{2 m^2} + \frac{(4 E_0 \omega' - M^2) (4 E_0 \omega - M^2)}{4 m^2 M^2}}{\sqrt{\frac{(4 E_0 \omega' - M^2)^2}{4 m^2 M^2} - 1} \sqrt{\frac{(4 E_0 \omega - M^2)^2}{4 m^2 M^2} - 1}} \quad (8)$$

(système du laboratoire; nous avons tenu compte de l'appendice 3).

$$\cos \phi'_0 = \frac{2 M (E^* + E'^*) + M^2 - 4 E_0^2 + 2 m^2 + 2 E^* E'^*}{2 p^* p'^*} \quad (9)$$

(système de X au repos; nous avons tenu compte de (7); rappelons que $-4 E_0^2$ est l'invariant $s = (e_0 + e'_0)^2$).

Le calcul de $\cos \theta_1$ dans (4) donne

$$\cos \theta_1 = \frac{-\frac{\sqrt{t}}{2m} + \frac{M^2 + t' - t}{2 M \sqrt{t}} \frac{4 E_0 \omega' - M^2}{2 M m}}{\sqrt{1 + \frac{(M^2 + t' - t)^2}{4 M^2 t}} \sqrt{\frac{(4 E_0 \omega' - M^2)^2}{4 M^2 m^2} - 1}} =$$

$$= \frac{- M t + (M^2 + t' - t) E^*}{\sqrt{4 M^2 t + (M^2 + t' - t)^2} \sqrt{E^{*2} - m^2}} \quad (10)$$

en fonction des variables du laboratoire et du système de X au repos.

De même l'expression de $\cos \theta_2$ dans (5) est donnée par

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 &= \frac{\frac{\sqrt{t'}}{2 m} - \frac{M^2 + t - t'}{2 M \sqrt{t'}}}{\sqrt{1 + \frac{(M^2 + t - t')^2}{4 M^2 t'}}} \frac{\frac{4 E_o \omega - M^2}{2 m M}}{\sqrt{\frac{(4 E_o \omega - M^2)^2}{4 m^2 M^2} - 1}} \\ &= \frac{M t' - (M^2 + t - t') E^*}{\sqrt{4 M^2 t' + (M^2 + t - t')^2} \sqrt{E^{*2} - m^2}} \quad (11) \end{aligned}$$

(Ici $\sin \theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1}$; $\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}$).

En faisant la substitution de (11), (10), (8) (ou (9)) dans (2), nous aurons l'expression exacte de $\cos \phi_0$, en fonction des variables du laboratoire ou du système de X au repos.

b) APPROXIMATION DE PETITS TRANSFERTS.

Nous allons nous placer dans l'approximation extrême-relativiste pour l'électron et le positron (ou électron) aussi dans le système de X au repos, c'est-à-dire

$$m^2 \ll E^{*2}, E'^2 \quad (12)$$

ainsi que dans l'approximation des petits transferts, c'est-à-dire

$$\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2} \ll 1 \quad (13)$$

Nous démontrerons que, avec les approximations (12) et (13), nous avons

$$\cos \phi_0 \simeq (1 + \text{Or} \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right)) \cos \bar{\phi} + \text{Or} \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right)$$

où E_1 figure pour toutes les énergies des électrons et positrons, incidents et diffusés (dans les deux systèmes), et où $\bar{\phi}$ est l'angle entre les plans définis par $(\vec{e}, \vec{e}_0)$ et $(\vec{e}', \vec{e}_0)$ dans le système du laboratoire.

En effet, tenant compte de (12) et (13), nous pouvons écrire le dénominateur de (10)

$$\sqrt{4 M^2 t + (M^2 + t' - t)^2} \sqrt{E^{*2} - m^2} \simeq E^* M^2 \left(1 - \frac{m^2}{2 E^{*2}} \right) \left(1 + \frac{t+t'}{M^2} \right)$$

d'où l'on tire

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &\simeq \frac{1}{E^* M^2} \left(-Mt + E^* M^2 \left(1 + \frac{t'-t}{M^2} \right) \right) \left(1 + \frac{m^2}{2 E^{*2}} \right) \left(1 - \frac{t+t'}{M^2} \right) \simeq \\ &\simeq 1 - 2 \frac{t}{M^2} + \frac{m^2}{2 E^{*2}} - \frac{t}{E^* M} = 1 - \epsilon^* \end{aligned} \quad (14)$$

où

$$\epsilon^* = 2 \frac{t}{M^2} - \frac{m^2}{2 E^{*2}} + \frac{t}{E^* M} \quad (15)$$

Similairement, nous aurons pour $\cos \theta_2$

$$\cos \theta_2 \simeq -1 + \frac{2 t'}{M^2} - \frac{m^2}{2 E'^{*2}} + \frac{t'}{E'^* M} = -(1 - \epsilon'^*) \quad (16)$$

où

$$\epsilon'^* = 2 \frac{t'}{M^2} - \frac{m^2}{2 E'^{*2}} + \frac{t'}{E'^* M} \quad (17)$$

Les expressions de $\sin \theta_1$ et $\sin \theta_2$ sont immédiates [†]

$$\sin \theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} \simeq \sqrt{2 \epsilon^*}, \quad \sin \theta_2 \simeq \sqrt{2 \epsilon'^*} \quad (18)$$

Nous avons également, dans l'approximation (12)

[†] Voir note plus loin.

$$p^* \simeq E^* \left(1 - \frac{m^2}{2 E^{*2}}\right) = E^* (1 - \eta^*) \quad (19)$$

$$p'^* \simeq E'^* \left(1 - \frac{m^2}{2 E'^{*2}}\right) = E'^* (1 - \eta'^*)$$

où

$$\eta^* = \frac{m^2}{2 E^{*2}} \quad \eta'^* = \frac{m^2}{2 E'^{*2}} \quad (20)$$

Nous en déduisons

$$p^* \cos \theta_1 = E^* (1 - \eta^* - \epsilon^*) \quad (21)$$

$$p'^* \cos \theta_2 = -E'^* (1 - \eta'^* - \epsilon'^*)$$

Si nous reportons (9) dans (2), nous pouvons écrire l'expression (exacte)

$$2 p^* p'^* \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi_0 = 2 M (E^* + E'^*) + M^2 - 4 E_0^2 + 2 m^2 + 2 E^* E'^* - 2 p^* p'^* \cos \theta_1 \cos \theta_2 \quad (22)$$

Compte tenu de (14), (16), (18), (21), nous avons

$$4 E^* E'^* \sqrt{\epsilon^* \epsilon'^*} \left(1 + O\left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2}\right)\right) \cos \phi_0 =$$

$$= 2 M (E^* + E'^*) + M^2 - 4 E_0^2 + 2 m^2 + 4 E^* E'^* - 2 E^* E'^* (\epsilon^* + \eta^* + \epsilon'^* + \eta'^*) + \text{termes du 2}^{\text{d}} \text{ Ordre en } \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2}\right) = I_0 + I_1 \quad (23)$$

où

$$I_0 = 2 M (E^* + E'^*) + M^2 - 4 E_0^2 + 2 m^2 + 4 E^* E'^* =$$

$$= 4 E_0 (\omega + \omega') - 2 M^2 + M^2 - 4 E_0^2 + 2 m^2 + \frac{1}{M^2} (4 E_0 \omega - M^2) \cdot$$

$$(4 E_0 \omega' - M^2) = 4 E_0^2 \left(\frac{4 \omega \omega'}{M^2} - 1\right) + 2 m^2 \quad (24)$$

(nous avons tenu compte de (7)).

Nous allons maintenant évaluer M^2 , dans le système du laboratoire, en fonction du produit scalaire (e, e') :

$$X^2 = -M^2 = (q + q')^2 = (e_0 - e + e'_0 - e')^2 = -4 E_0^2 + 4 E_0 (E + E') + 2(e, e') - 2 m^2$$

d'où nous tirons

$$M^2 = 4 \omega \omega' - 2 E E' - 2 \left| \vec{e} \right| \left| \vec{e}' \right| (\cos \theta \cos (\pi - \theta') + \sin \theta \sin (\pi - \theta') \cos \bar{\phi}) + 2 m^2 \quad (25)$$

Faisons

$$\begin{aligned} \left| \vec{e} \right| &= E (1 - \eta) & \eta &= \frac{m^2}{2 E^2} \\ \left| \vec{e}' \right| &= E' (1 - \eta') & \eta' &= \frac{m^2}{2 E'^2} \end{aligned} \quad (26)$$

De

$$(e_0, e) = - \left(\frac{t}{2} + m^2 \right) = \left| \vec{e}_0 \right| \left| \vec{e} \right| \cos \theta - E_0 E$$

nous déduisons

$$\begin{aligned} \cos \theta &\simeq \frac{1}{E_0 E} \left(E_0 E - \frac{t}{2} - m^2 \right) \left(1 + \frac{m^2}{2 E_0^2} \right) \left(1 + \frac{m^2}{2 E^2} \right) \simeq \\ &\simeq 1 - \frac{t}{2 E_0 E} + \frac{m^2}{2 E^2} - \frac{m^2}{2 E_0^2 E} (E_0 + \omega) = 1 - \epsilon \end{aligned} \quad (27)$$

De même

$$\cos \theta' \simeq 1 - \frac{t'}{2 E_0 E'} + \frac{m^2}{2 E'^2} - \frac{m^2}{2 E_0^2 E'} (E_0 + \omega') = 1 - \epsilon' \quad (28)$$

Nous avons donc

$$\begin{aligned} \epsilon &= -\eta + \frac{t}{2 E_0 E} + \frac{m^2}{2 E_0^2 E} (E_0 + \omega) = \frac{t}{2 E_0 E} - \frac{m^2 \omega^2}{2 E_0^2 E^2} \\ \epsilon' &= -\eta' + \frac{t'}{2 E_0 E'} + \frac{m^2}{2 E_0^2 E'} (E_0 + \omega') = \frac{t'}{2 E_0 E'} - \frac{m^2 \omega'^2}{2 E_0^2 E'^2} \end{aligned} \quad (29)$$

Compte tenu de (25), (26), (27), (28) et (29), nous avons

$$\frac{4 \omega \omega'}{M^2} - 1 \simeq \frac{2 E E'}{M^2} \left((\eta + \eta' + \epsilon + \epsilon' + O r^2 \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right)) + \right. \\ \left. 2 \sqrt{\epsilon \epsilon'} \left(1 + O r \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) \right) \cos \bar{\phi} \right) - 2 \frac{m^2}{M^2} \quad (30)$$

Mais, d'après (29)

$$2 \frac{E E'}{M^2} (\eta + \eta' + \epsilon + \epsilon') = \frac{t}{M^2} \frac{E'}{E_0} + \frac{t'}{M^2} \frac{E}{E_0} + 2 \frac{m^2}{M^2} - \frac{m^2}{E_0^2} + 2 \frac{\omega \omega'}{M^2} \quad (31)$$

d'où

$$\frac{4 \omega \omega'}{M^2} - 1 \simeq \frac{t}{M^2} \frac{E'}{E_0} + \frac{t'}{M^2} \frac{E}{E_0} - \frac{m^2}{E_0^2} + 2 \frac{\omega \omega'}{M^2} + O r^2 \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) + \\ \frac{4 E E'}{M^2} \sqrt{\epsilon \epsilon'} \left(1 + O r \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) \right) \cos \bar{\phi} \quad (32)$$

Nous voyons que, d'après (32), on peut écrire

$$\frac{4 \omega \omega'}{M^2} - 1 = O r \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) + \text{termes d'ordre supérieur} \quad (33)$$

En conséquence nous pouvons, dans (32), faire la substitution

$$\frac{m^2}{E_0^2} + 2 \frac{\omega \omega'}{M^2} = \frac{m^2}{2 E_0^2} \quad (34)$$

d'où nous tirons pour (24)

$$I_0 = 4 E_0^2 \left(\frac{t}{M^2} \frac{E'}{E_0} + \frac{t'}{M^2} \frac{E}{E_0} + O r^2 \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) + \frac{4 E E'}{M^2} \sqrt{\epsilon \epsilon'} \cdot \right. \\ \left. \left(1 + O r \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_1^2} \right) \right) \cos \bar{\phi} \right) \quad (35)$$

Nous allons évaluer dans (23) les expressions

$$E^* E'^* \simeq \frac{2 \omega' E}{M} \frac{2 \omega E'}{M} \simeq E E' \quad (36)$$

et

$$\epsilon^* + \eta^* + \epsilon'^* + \eta'^* = \frac{t'}{M^2} \frac{2 E_0}{E'} + \frac{t}{M^2} \frac{2 E_0}{E} \quad (37)$$

(nous avons tenu compte de (7), (15), (17) et (33)). D'où nous écrirons pour I_1 dans (23)

$$I_1 = - 2 E E' \left(\frac{t'}{M^2} \frac{2 E_0}{E'} + \frac{t}{M^2} \frac{2 E_0}{E} + Or^2 \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \right) \quad (38)$$

Donc, d'après (35), (36) et (38), nous pouvons déduire de l'expression (23)

$$\cos \phi_0 = \frac{4 E_0^2}{M^2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon'}{\epsilon^* \epsilon'^*}} \left(1 + Or \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \right) \cos \bar{\phi} + Or \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \quad (39)$$

Compte tenu de (7), (29) et (33), les expressions (15) et (17) pourront être écrites

$$\epsilon^* = \frac{t}{M^2} \frac{2 E_0}{E} - 2 \frac{m^2 \omega^2}{M^2 E^2} = \frac{4 E_0^2}{M^2} \epsilon \quad (40)$$

$$\epsilon'^* = \frac{t'}{M^2} \frac{2 E_0}{E'} - 2 \frac{m^2 \omega'^2}{M^2 E'^2} = \frac{4 E_0^2}{M^2} \epsilon' +$$

D'où l'on tire

$$\cos \phi_0 \simeq \left(1 + Or \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \right) \cos \bar{\phi} + Or \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \quad (41)$$

Pour simplifier, écrivons (41) sous la forme

$$\cos \phi_0 = (1 + \xi) \cos \bar{\phi} + \xi' \quad (42)$$

où

$$\xi, \xi' \text{ d'ordre } \left(\frac{t}{M^2}, \frac{t'}{M^2}, \frac{m^2}{E_i^2} \right) \quad (43)$$

Nous avons besoin (voir page 55) de l'expression de $\cos 2 \phi_0$, que l'on

† On a traité implicitement ϵ^* (ϵ'^*) comme $\ll 1$. Ceci pourrait ne plus tout à fait être vrai dans une région où l'on aurait $E, E' \ll E_0$. Mais ces régions seront exclues, ou en tout cas leur contribution sera négligeable, dans la pratique.

peut mettre sous la forme

$$\begin{aligned} \cos 2 \phi_0 &= 2 \cos^2 \phi_0 - 1 = 2 (1 + 2 \xi) \cos^2 \bar{\phi} + 4 \xi' \cos \bar{\phi} - 1 = \\ &= \cos 2 \bar{\phi} + 4 \xi \cos^2 \bar{\phi} + 4 \xi' \cos \bar{\phi} \end{aligned} \quad (44)$$

(à des termes d'ordre supérieur en ξ, ξ' près).

On intégrera sur $\bar{\phi}$ entre 0 et 2π , et dans ce cas

$$\begin{aligned} \int_0^{2 \pi} \cos 2 \phi_0 d \bar{\phi} &= \int_0^{2 \pi} (\cos 2 \bar{\phi} + 4 \xi \cos^2 \bar{\phi} + 4 \xi' \cos \bar{\phi}) d \bar{\phi} = \\ &= 4 \pi \xi \end{aligned} \quad (45)$$

Ce résultat est à comparer au facteur

$$\int_0^{2 \pi} d \bar{\phi} = 2 \pi$$

qui vient dans le terme principal. Le rapport entre le terme de polarisation et le terme principal est donc (les facteurs dynamiques apparaissant dans les deux termes étant d'importance comparable)

$$\simeq 2 \xi \ll 1$$

Note. — Notre résultat analytique ($\cos \phi_0 \simeq \cos \bar{\phi}$ aux petits transferts) est parfaitement compatible avec la considération géométrique suivante : lorsque $t \rightarrow t_{\min}$, et $t' \rightarrow t'_{\min}$ (voir page 48 pour les définitions de $t_{\min}$, $t'_{\min}$), ϕ_0 doit tendre vers $\bar{\phi}$, puisque l'axe de collision $e^- e^+$ et l'axe de collision $\gamma \gamma$ tendent à se confondre.

APPENDICE 5

Nous allons, avant d'écrire l'expression des angles $\psi_{12}, \psi_{24}, \theta_2, \theta_4$, donner certains produits scalaires (dans la métrique +++-) qui seront nécessaires par la suite.

$$(e_0, e'_0) = -2 E_0^2 + m^2 \quad ; \quad (Q, e'_0) = - \frac{4 E_0 \omega - t' + t}{2}$$

$$(e_0, e) = - \frac{1}{2} (t + 2 m^2) \quad ; \quad (Q, e) = - \frac{4 E_0 \omega' - M^2}{2}$$

$$(e_0, q) = \frac{t}{2} \quad ; \quad (Q, e_0) = - \frac{4 E_0 \omega' + t' - t}{2}$$

$$(e'_0, e') = - \frac{1}{2} (t' + 2 m^2) \quad ; \quad (e_0, d) = + \frac{4 E_0 \omega' + t'}{2}$$

$$(e_0, e') = \frac{1}{2} (t' + 2 m^2) - 2 E_0 E' \quad ; \quad (q, d) = + \frac{M^2 + t + t'}{2}$$

$$(e'_0, e) = \frac{1}{2} (t + 2 m^2) - 2 E_0 E \quad ; \quad (Q, d) = + \frac{M^2 - t' + t}{2}$$

$$(q, Q) = - \frac{1}{2} (M^2 + t' - t) \quad \text{D'autre part}$$

$$(q, e) = - \frac{t}{2} \quad \underline{e} = \underline{e'} = \underline{e_0} = \underline{e'_0} = \hat{1} m$$

$$(e, e') = 2 E_0 (E_0 - E' - E) - \frac{M^2}{2} + m^2 \quad \underline{Q} = \hat{1} M$$

$$(q, e') = - \frac{4 E_0 \omega - M^2 - t'}{2} \quad \underline{q} = \sqrt{t}$$

$$(q, e'_0) = - \frac{4 E_0 \omega + t}{2} \quad \underline{d} = \sqrt{t'}$$

$$(Q, e') = - \frac{4 E_0 \omega - M^2}{2}$$

Nous en tirons

$$\cos(e_o e'_o) = 2 \frac{E_o^2}{m^2} - 1 \quad ; \quad \cos(Q e'_o) = \frac{4 E_o \omega - t' + t}{2 m M}$$

$$\cos(e_o e) = \frac{t}{2 m^2} + 1 \quad ; \quad \cos(Q e) = \frac{4 E_o \omega' - M^2}{2 m M}$$

$$\cos(e_o q) = \frac{\sqrt{t}}{\hat{1} 2 m} \quad ; \quad \cos(Q e_o) = \frac{4 E_o \omega' + t' - t}{2 m M}$$

$$\cos(e'_o e') = \frac{t'}{2 m^2} + 1 \quad ; \quad \cos(e_o d) = + \frac{4 E_o \omega' + t'}{\hat{1} 2 m \sqrt{t'}}$$

$$\cos(e_o e') = \frac{4 E_o E' - t' - 2 m^2}{2 m^2} \quad ; \quad \cos(q d) = + \frac{M^2 + t + t'}{2 \sqrt{t} \sqrt{t'}}$$

$$\cos(e'_o e) = \frac{4 E_o E - t - 2 m^2}{2 m^2} \quad ; \quad \cos(Q d) = + \frac{M^2 - t' + t}{\hat{1} 2 M \sqrt{t'}}$$

$$\cos(q Q) = - \frac{M^2 + t' - t}{\hat{1} 2 M \sqrt{t}}$$

$$\cos(q e) = - \frac{\sqrt{t}}{\hat{1} 2 m}$$

$$\cos(e e') = \frac{M^2 - 4 E_o (E_o - E' - E) - 2 m^2}{2 m^2}$$

$$\cos(q e') = - \frac{4 E_o \omega - M^2 - t'}{\hat{1} 2 m \sqrt{t}}$$

$$\cos(q e'_o) = - \frac{4 E_o \omega + t}{\hat{1} 2 m \sqrt{t}}$$

$$\cos(Q e') = \frac{4 E_o \omega - M^2}{2 m M}$$

Angles ψ_{12} et ψ_{24} . Compte tenu des appendices 1, 2, 3, l'angle ψ_{12}

est, dans l'hyperplan orthogonal à q , l'angle entre les composantes $e_{0\perp}$ et $d_{\perp}$, dans cet hyperplan, de e_0 et d . Nous avons donc

$$\begin{aligned} \cos \psi_{12} &= \frac{\cos(e_0 d) - \cos(e_0 q) \cos(q d)}{\sin(q e_0) \sin(q d)} = \\ &= \frac{8 E_0 \omega' + t' - M^2 - t}{\sqrt{1 + \frac{4 m^2}{t}} \sqrt{4 M^2 t + (M^2 + t' - t)^2}} \equiv \cos \theta_{12} \quad (1) \end{aligned}$$

(pour θ_{12} , voir figure 8 page 48, et l'appendice 3).

L'angle ψ_{24} est, dans l'hyperplan orthogonal à Q , l'angle entre les composantes $d_{\perp}$ et $k_{1\perp}$, dans cet hyperplan, de d et k_1 . En conséquence on a

$$\cos \psi_{24} = \frac{\cos(d k_1) - \cos(d Q) \cos(Q k_1)}{\sin(Q d) \sin(Q k_1)} \quad (2)$$

Angles θ_2 et θ_4 . - D'après les appendices 1, 2, 3, 4 l'angle θ_2 est, dans l'hyperplan orthogonal à Q , l'angle entre les plans formés par $(q_{\perp} e_{\perp})$ et $(q_{\perp} e'_{\perp})$, où $q_{\perp}$, $e_{\perp}$, $e'_{\perp}$ sont les composantes, dans cet hyperplan, de q , e , e' respectivement.

Dans le cas particulier où nous désirons nous placer dans le système au repos de Q , l'angle θ_2 est l'angle entre les plans formés par $(\vec{q} \vec{e})$ et $(\vec{q} \vec{e}')$.

Nous avons

$$\cos \theta_2 = \frac{\cos \alpha_1 - \cos \beta_1 \cos \beta'_1}{\sin \beta_1 \sin \beta'_1} \quad (3)$$

où

$$\cos \alpha_1 = \frac{\cos(e e') - \cos(e Q) \cos(Q e')}{\sin(Q e) \sin(Q e')} \quad (4)$$

$$\cos \beta_1 = \frac{\cos(q e) - \cos(q Q) \cos(Q e)}{\sin(Q q) \sin(Q e)} \quad (5)$$

$$\cos \beta'_1 = \frac{\cos(q e') - \cos(q Q) \cos(Q e')}{\sin(Q q) \sin(Q e')} \quad (6)$$

D'après (4), (5), (6) et l'appendice 4, nous voyons que (compte tenu du fait que $Q \equiv X$)

$$\cos \theta_2 \equiv \cos \phi_0 \quad (7)$$

L'angle θ_4 est, dans l'hyperplan orthogonal à Q , l'angle entre les plans formés par $(d_{\perp} e'_{\perp})$ (ou $(q_{\perp} e'_{\perp})$) et $(d_{\perp} k_{1\perp})$ (ou $(q_{\perp} k_{1\perp})$), où $d_{\perp}$, $e'_{\perp}$, $k_{1\perp}$, $q_{\perp}$ sont les composantes, dans cet hyperplan, de d , e' , k_1 et q respectivement. Dans le système de Q au repos, θ_4 est l'angle entre les plans formés par $(\vec{d} \vec{e}')$ et $(\vec{d} \vec{k}_1)$ (ou entre les plans $(\vec{q} \vec{e}')$ et $(\vec{q} \vec{k}_1)$). Compte tenu de la définition de ϕ_3 (diagramme 7a, figure 8) dans la page 53 et du fait que $d \equiv \bar{q}'$, nous voyons que

$\theta_4 \equiv -\phi_3$. Nous avons

$$\cos \theta_4 = \frac{\cos \alpha_2 - \cos \beta_2 \cos \beta'_2}{\sin \beta_2 \sin \beta'_2} \quad (8)$$

où

$$\cos \alpha_2 = \frac{\cos(e' k_1) - \cos(e' Q) \cos(Q k_1)}{\sin(Q e') \sin(Q k_1)} \quad (9)$$

$$\cos \beta_2 = \frac{\cos(q e') - \cos(q Q) \cos(Q e')}{\sin(Q q) \sin(Q e')} = \cos \beta'_1$$

$$\cos \beta'_2 = \frac{\cos(q k_1) - \cos(q Q) \cos(Q k_1)}{\sin(Q q) \sin(Q k_1)}$$

R E F E R E N C E S

- (1) P.L. CSONKA, Rapport du CERN TH. 772 (1967); Phys. Lett. 24 B, 625 (1967).
- (2) F. LOW, Phys. Rev. 120, 582 (1960).
- (3) F. CALOGERO et C. ZEMACH, Phys. Rev. 120, 1860 (1960).
- (4) J.C. LE GUILLOU, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France (Paris 1965); Comptes Rendus Acad. Sci., Paris, 259, 2793 (1964); 260, 2430 (1965); 261, 326 (1965).
- (5) P.C. DE CELLES and J.E. GOEHL jr, Phys. Rev. 184, 1617 (1969).
- (6) N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI et P. KESSLER, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 269 B, 153 (1969); 269 B, 1129 (1969); Proceed. of the 4th Internat. Simpos. on Electron and Photon Interact. at High Energy., abstracts N°76, 290 (1969) (Liverpool).
- (7) J. PARISI, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France, Paris (1970); Proceed. of the 4th Internat. Simpos. on Elect. and Photon Interact. at High Energ., abstracts N°74, 289 (1969) (Liverpool).
- (8) N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI et P. KESSLER, Rapport Interne du Laboratoire de Physique Atomique, Collège de France, Paris, PAM 70 - 02 (1970).
- (9) A. JACCARINI, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France, Paris (1970).
- (10) N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI, P. KESSLER et J. PARISI, Lettere al Nuovo Cimento 4, 933 (1970).

- (11) N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI, P. KESSLER et J. PARISI,
"Photon-photon collisions, a new area of experimental
investigation in high energy physics", Phys. Rev. D 3, 1569
(1971).
- (12) J. PARISI, N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI, P. KESSLER,
Lettere al Nuovo Cimento 1, 935 (1971).
- (13) J. PARISI, N. ARTEAGA-ROMERO, A. JACCARINI, P. KESSLER, "On
the experimental investigation of photon-photon collisions in
electron-positron storage rings" à paraître dans Phys. Rev. D
(nov. 1971).
- (14) P. KESSLER, Invited talk given at the Internat. Confer. on
Vector Mesons and Electromag. Interac. BOLOGNA (14-16 avril
1971); à paraître dans les "Proceedings" de cette Conférence.
- (15) V. E. BALAKIN, V. M. BUDNEV et I. F. GINSBURG, JETP Letters
11, 388 (1970).
- (16) V. G. SERBO, JETP Letters 12, 39 (1970)
- (17) S. J. BRODSKY, T. KINOSHITA et H. TERAZAWA, Phys. Rev. Letters
25, 972 (1970)
- (18) V. M. BUDNEV et A. K. SLIVKOV, JETP Letters 12, 367 (1970).
- (19) M. GRECO, Internal Report of the Lab. Naz. di Frascati 71/1
(1971).
- (20) V. N. BAYER et V. S. FADIN, Lettere al Nuovo Cimento 1, 481
(1971); Phys. Lett. 35 B, 156 (1971).
- (21) H. TERAZAWA, Report CLNS 145 (1971).
- (21 bis) R. W. BROWN et I. J. MUZINICH, Phys. Rev. D 4, 1496 (1971)
- (22) V. E. BALAKIN, A. D. BUKIN, E. V. PAKHTUSOVA, V. A. SIDOROV,
A.G. KHABAK PASHEV, Phys. Lett. 34 B, 663 (1971).

- (23) P. KESSLER, Cahiers de Physique 20, 55 (1966), Paris.
- (24) P. KESSLER, Cahiers de Physique 21, 113 (1967), Paris.
- (25) P. KESSLER et A. MALAMANT, Cahiers de Physique 21, 117 (1967);
Cahiers de Physique 21, 389 (1967).
A. MALAMANT, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France, Paris
(1967).
- (26) P. KESSLER, Cahiers de Physique 21, 125 (1967), Paris.
- (27) P. KESSLER, Cahiers de Physique 21, 370 (1967), Paris.
- (28) M. BENA YOUN et P. KESSLER 21, 357 (1967).
M. BENA YOUN, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France,
Paris (1967).
- (29) P. KESSLER, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 266, 1089 (1968).
- (30) P. KESSLER, Rapport Interne du Laborat. de Physique Atomique,
Collège de France, PAM-68/05 (1968).
- (31) P. KESSLER, Nuclear Physics B 15, 253 (1970).
- (32) G. COCHARD et P. KESSLER, Lettere al Nuovo Cimento 2, 783
(1969); Lettere al Nuovo Cimento 4, 1191 (1970).
G. COCHARD, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France (1970);
G. COCHARD, M. KARATCHENTZEFF; P. KESSLER et B. ROEHNER
"Electroproduction at the N^{*} (1236), soumis à Nuc. Phys. B,
(janvier 1972).
- (33) M. KARATCHENTZEFF, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France,
Paris (1970).
M. KARATCHENTZEFF, P. KESSLER, Lettere al Nuovo Cimento 1,
96 (1971).
M. KARATCHENTZEFF, G. COCHARD, P. KESSLER et B. ROEHNER

"Inverse Electroprod. at the N^* (1236) resonance", Rapport Interne du Laboratoire de Phys. Atomique, Collège de France PAM 71-05 (1971).

- (34) B. ROEHNER, Thèse de 3^{ème} cycle, Collège de France, Paris (1970).

B. ROEHNER, G. COCHARD, M. KARATCHENTZEFF et P. KESSLER
"Neutrino-production of pions near the first resonance"
Nucl. Phys. B 31, 349 (1971).

B. ROEHNER et P. KESSLER, Lettere al Nuovo Cimento 1, 45 (1971).

- (35) Etude en cours; C. CARIMALO, Thèse de 3^{ème} cycle, en cours de rédaction.

- (36) M. DONCEL, L. MICHEL et P. MINNAERT, P. T. B. 35, "Polarization Density Matrix" page I. A1-12 (1970).

- (37) Opérateur introduit par Pauli (cité par Lubanski dans Physica 9, 310 (1942)).

- (38) P. MOUSSA et R. STORA, "Angular Analysis of Elementary Particle Reactions" pages 303 et 309, dans "Methods in Subnuclear Physics", vol. II, Ecole d'été de Herceg-Noví (1966).
Voir aussi Cours Polycopiés de G. MAHOUX, Faculté d'Orsay, année universitaire 1970-1971.

- (38bis) Voir également E. de RAFAEL, Ann. Inst. Henri Poincaré V 2, 83 (1966).

- (39) F. GÜRSEY, "Groups Combining Internal Symetries and Spin" page 81, dans Ecole d'été de Physique des Hautes Energies, Les Houches, 1965.

- [40] Pour les représentations finies du groupe $SO(2,1)$ voir
V. BARGMANN, "Irreducible Unitary Representations of the
Lorentz Group", *Annals of Math.* 48, 568 (1947) page 629.
Voir aussi G. MAHOUX réf.(38).
- [41] L. FONDA et G.C. GHIRARDI, "Symmetry Principles in Quantum
Physics", pages 276-297; édité par A. O. BARUT, Marcel Dekker,
New York, 1970.
- [42] E.P. WIGNER, "Invariant Quantum Mechanical Equations of Motion",
Seminar on Theoret. Phys. (1962), edit. I.A.E.A., Vienne, 1963.
- [43] Réf. (36), page I. A1 - 8.
- [44] P. KESSLER, références (23), (30), (31).
- [45] P. KESSLER, références (23), (30).
- [46] P. KESSLER et M. MALAMANT, référence (25).
- [47] S.J. BRODSKY, T. KINOSHITA, H. TERAZAWA, CLNS - 152 (1971);
voir également *Phys. Rev.* D 4, 1532 (1971).
- [48] H. CHENG et T.T. WU, *Nucl. Phys.* B 32, 461 (1971); voir égale-
ment les références indiqués par ces auteurs.
- [49] G. BORDAS et B. JOUVET, *Compt. Rend. Acad. Scien., Paris*, 257,
1007 (1963).
- [50] PH. LERUSTE et P. KESSLER, *Cahiers de Physique* 18, 189 et 201
(1964).
- [51] F. GÜRSEY, "Groups Combining Internal Symetries and Spin",
Ecole d'été de Physique des Hautes Energies, Les Houches 1965,
page 62, formule (6.20); ed. Gordon and Breach.

- (52) B. RICHTER, dans "Proceed. of the 14th Internat. Confer. on High Energy Physics", Vienne (1968), éd. CERN, pages 13-14.
- (53) A. BARBARO-GALIERI et al., "Review of Particles Properties", Rev. of Mod. Phys. 42, 87 (1970); voir page 118.
- (54) D. BOLLINI, A. ZICHICHI et al., Nuovo Cimento 58A, 289 (1968).
- (55) J. PARISI et P. KESSLER, Lettere al Nuovo Cimento 2, 755 et 760 (1971); voir aussi : "Investigation of the vertices $\pi^0 \gamma \gamma$, $\eta \gamma \gamma$, $\eta' \gamma \gamma$ in electron-positron storage rings", I et II, soumis à Phys. Rev. D (nov. et déc. 1971).
- (56) Voir réf. (13).
- (57) Particles Data Group, Rev. of Mod. Phys. 43 (avril 1971).
- (58) Page 128, réf. (53).
- (59) F. M. RENARD, dans "Proceed. of the Moriond Meeting on Electr. Interact." (mars 1969); Nuovo Cimento 62A, 475 (1969).
Voir aussi M. J. CREUTZ et B. EINHORN, Phys. Rev. Letters 24, 341 (1970); Phys. Rev. D 1, 2537 (1970). A. Q. SARKER, Phys. Rev. Letters 25, 1527 (1970).
- (60) H. TERAZAWA, Report CLNS 145 (1971).
- (61) Voir référence (19).
- (62) D.H. LYTH, preprint (Univ. of Lancaster) 1970.
- (63) J.T. MANASSAH et S. MATSUDA, Phys. Rev. D 4, 882 (1971).
- (64) A.Q. SARKER, Phys. Rev. Letters 25, 1527 (1970).
- (65) T.F. WALSH, DESY preprint 71/20 (1971).
- (66) Voir réf. (22).
- (67) C. BERNARDINI, "Results in $e^+ e^-$ reactions at Adone", dans 1971 Intern. Symp. on Elect. and Phot. Interac. at High Energy (Cornell).

- (68) D.L. HARTILL et al., Phys. Rev., 184, 1415 (1969).
- (69) P. KESSLER, réf. (30).
- (70) T. GUDEHUS, Phys. Rev., 184, 1788 (1969).
- (71) Voir réf. (3)
- (72) Voir réf.(67) et les références contenues dans ce rapport.
- (73) PRIMAKOFF, Phys. Rev., 81, 899 (1951).
- (74) L. STODOLSKY, Phys. Rev. Letters, 26, 404 (1971).
- (75) N. JURISIC et L. STODOLSKY, Phys. Rev., D3, 724 (1971).
- (76) Cette formule est valable
- dans tous les cas où X se compose d'une ou deux particules;
 - dans les processus inclusifs où l'on ne détecte aucune, ou encore où l'on ne détecte qu'une seule, des particules composant X, étant entendu alors que l'on intègre sur l'espace de phase de toutes les autres.
- Voir également à ce sujet : C.E. CARLSON et WU-KI TUNG, Phys. Rev., D4, 2873 (1971).
- (77) Pour être complets, nous citerons une série d'articles parus sur les collisions photon-photon depuis l'achèvement de ce manuscrit :
- R. KÖBERLE, DESY Preprint 71 / 67 / 1971.
- T.F. WALSH et P. ZERWAS, DESY Preprint 71 / 66 / 1971.
- K. FUJIKAWA, EFI 71 / 51 / 1971.
- R.L. KINGSLEY, Preprint DAMTP 72 / 1 / 1971.
- E.A. CHOBAM et V.M. SHEKHTER, Sov. Journ. of Nuclear Physics, 14, 105 (1972).
- M.V. TEREENT'EV, Sov. Journ. of Nuclear Physics, 14, 99 (1972).
- S. BRODSKY, Proceedings of the Internat. Symp. on Elect. and Phot. Interact. at High Energies, 13 (1971).
- A. PAIS, Comments in Nuclear and Particle Physics, 5, 26 (janvier 1972).

- C. BACCI et al., Lett. Nuovo Cimento, 3, 709 (1972).
G. SCHIERHOLZ et K. SUNDERMEYER, Nuclear Physics B40, 125 (1972).
R.L. KINGSLEY, Nucl. Phys., B36, 575 (1972).
F.J. YNDURAIN, Nuovo Cimento A, 7a, 687 (1972)
M. PRATAP, J. SMITH, Z. UY, Phys. Rev. D5, 269 (1972).
TUNG-MOW-YAN, Phys. Rev., D4, 3523 (1971).
C.L. STARKE, Phys. Rev. D5, 79 (1972).

LEGENDES DES FIGURES

- Figure I. Section efficace différentielle $d\sigma/dM$ en fonction de $M - 2 m_A$ (M = masse invariante de la paire $A^- A^+$; m_A = masse de A) à une énergie de faisceau $E_0 = 2$ GeV, coupure angulaire $\theta_{\max} = 1^\circ$ pour les particules $e^\pm$ diffusées;
- a: production d'une paire $e^- e^+$ (avec une limite inférieure $M_{\min} = 0.1$ GeV);
- contribution du diagramme 7(a), divisée par 10^4 ;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c);
- b: production d'une paire $\mu^- \mu^+$;
- contribution du diagramme 7(a), divisée par 10^4 ;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c);
- c: production d'une paire $\pi^- \pi^+$;
- contribution du diagramme 7(a), divisée par 10^4 ;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c), d'après l'électrodynamique quantique;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c), avec un renforcement (ρ) résonnant;
- d: production d'une paire $K^- K^+$;
- contribution du diagramme 7(a), divisée par 10^4 ;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c), d'après l'électrodynamique quantique;
- contribution des diagrammes 7(b), 7(c), avec un renforcement (ϕ) résonnant.

Figure II. Section efficace différentielle $d\sigma/dM$ en fonction de $M - 2 m_A$ à $E_0 = 2 \text{ GeV}$, $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$;

- a: production d'une paire $e^- e^+$ ($M_{\min} = 0.1 \text{ GeV}$);
- b: production d'une paire $\mu^- \mu^+$;
- c: production d'une paire $\pi^- \pi^+$;
- d: production d'une paire $K^- K^+$.

Les conventions relatives aux figures II sont les mêmes que pour les figures I.

Figure III. Variation de la section efficace intégrée σ en fonction de l'énergie du faisceau E_0 ; la coupure angulaire pour les particules $e^\pm$ diffusées étant fixée à $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$.

Les réactions considérées sont :

$e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + A^- + A^+$, où $A = e$ (avec $M_{\min} = 0.1 \text{ GeV}$) μ, π, K .

$e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ X$, où $X = \pi^0, \eta, \eta'$.

Figure IV. Distribution angulaire, dans le système du laboratoire, d'une des particules A émise dans le processus $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + A^- + A^+$, où $A = e$ (avec $M_{\min} = 0.1 \text{ GeV}$), μ, π, K .
Energie du faisceau $E_0 = 2 \text{ GeV}$; coupure angulaire $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$.

Figure V. Distribution angulaire, dans le système du laboratoire, d'un des photons émis dans le processus $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + X$ (où $X = \pi^0, \eta, \eta'$) suivi de la désintégration $X \rightarrow 2 \gamma$.
Energie du faisceau $E_0 = 2 \text{ GeV}$; coupure angulaire $\theta_{\max} = 4 \text{ mrd}$.

Figure VI. Section efficace de $\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$ en fonction de la masse invariante M de la paire;

(D + P) direct : couplage de Dirac + Pauli, dans

$$\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$$

(D + P) inverse: couplage de Dirac + Pauli, dans

$$p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma;$$

D direct : couplage de Dirac, dans

$$\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p};$$

D inverse : couplage de Dirac, dans

$$p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Figure VII. Section efficace différentielle $d\sigma/dM$ pour $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + p + \bar{p}$ à $E_0 = 5$ GeV, $\theta_{\max} = 4$ mrd. Contribution du diagramme 7(a);

(D + P) : couplage de Dirac + Pauli;

D : couplage de Dirac.

Figure VIII. Section efficace différentielle $d\sigma/dM$ pour $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + p + \bar{p}$ à $E_0 = 5$ GeV, $\theta_{\max} = 1^\circ$. Contribution du diagramme 7(a);

(D + P) : couplage de Dirac + Pauli

D : couplage de Dirac.

Figure IX. Section efficace différentielle $d\sigma/dM$ pour $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + p + \bar{p}$ à $E_0 = 5$ GeV, $\theta_{\max} = 4$ mrd. Contribution des diagrammes 7(b) et 7(c);

D(a) : couplage de Dirac sans facteur de forme, contribution divisée par 10^3 ;

D(b) : couplage de Dirac avec facteurs de forme de type dipôle.

Figure X. Courbes similaires à celles de la figure IX, mais avec un couplage de Dirac + Pauli;
 (a) : sans facteur de forme, contribution divisée par 10^3 ;
 (b) : avec facteurs de forme de type dipôle.

Figure XI. Variation de la section efficace intégrée σ de $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + A + \bar{A}$ (où $A = p, \Sigma^-, \Sigma^+, \Xi^-$) en fonction de l'énergie E_0 ; $\theta_{\max} = 4$ mrd; couplage de Dirac.

Figure XII. Variation de la section efficace intégrée σ de $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ + A + \bar{A}$ (où $A = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^+, \Sigma^0, \Xi^-, \Xi^0$) en fonction de l'énergie E_0 ; $\theta_{\max} = 4$ mrd; couplage de Dirac + Pauli.

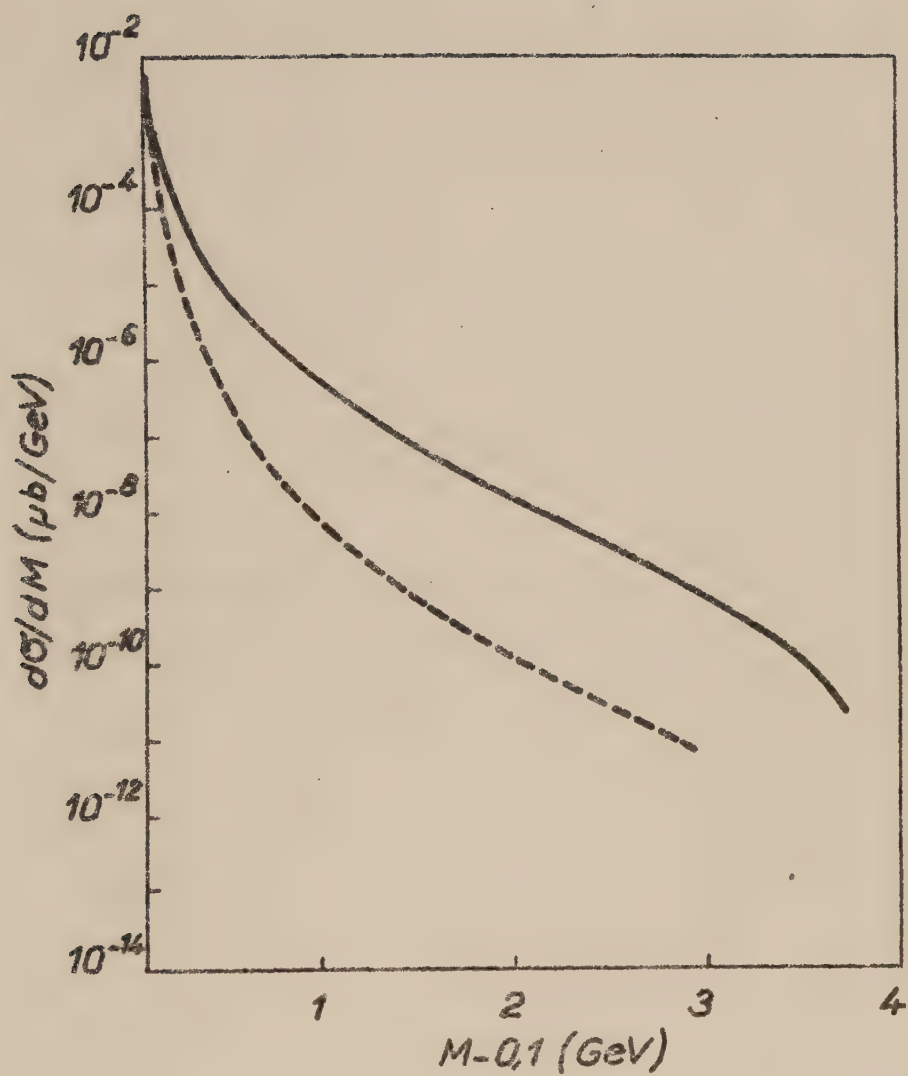


FIG. I a

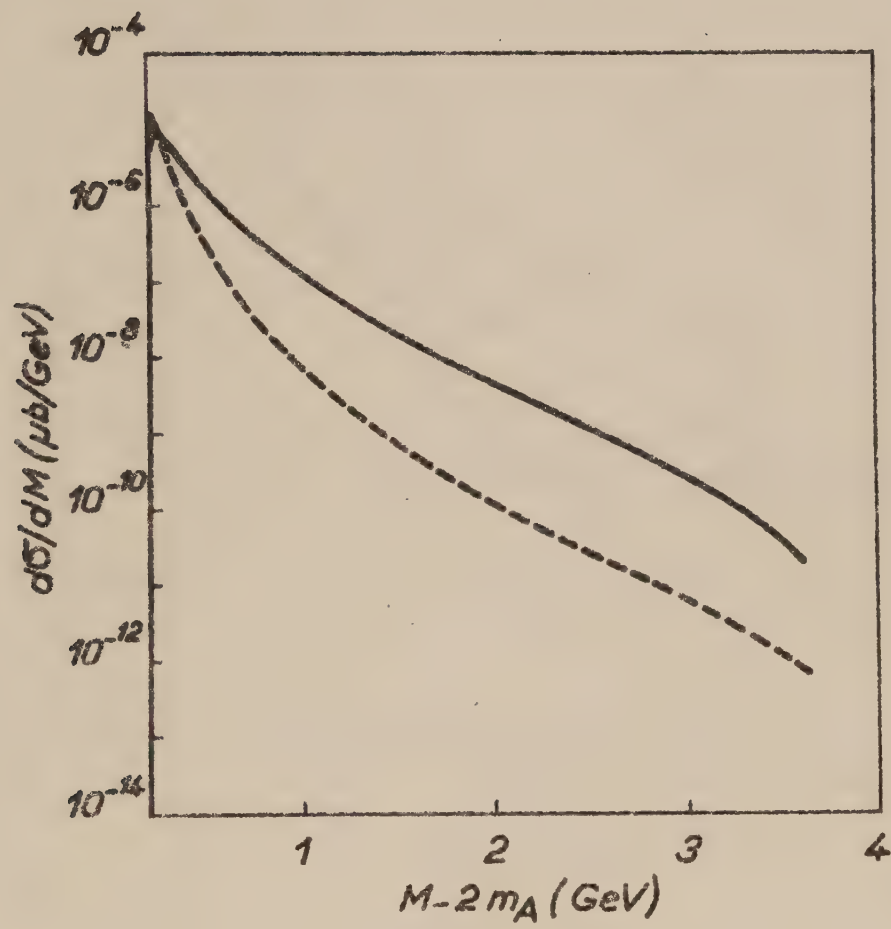
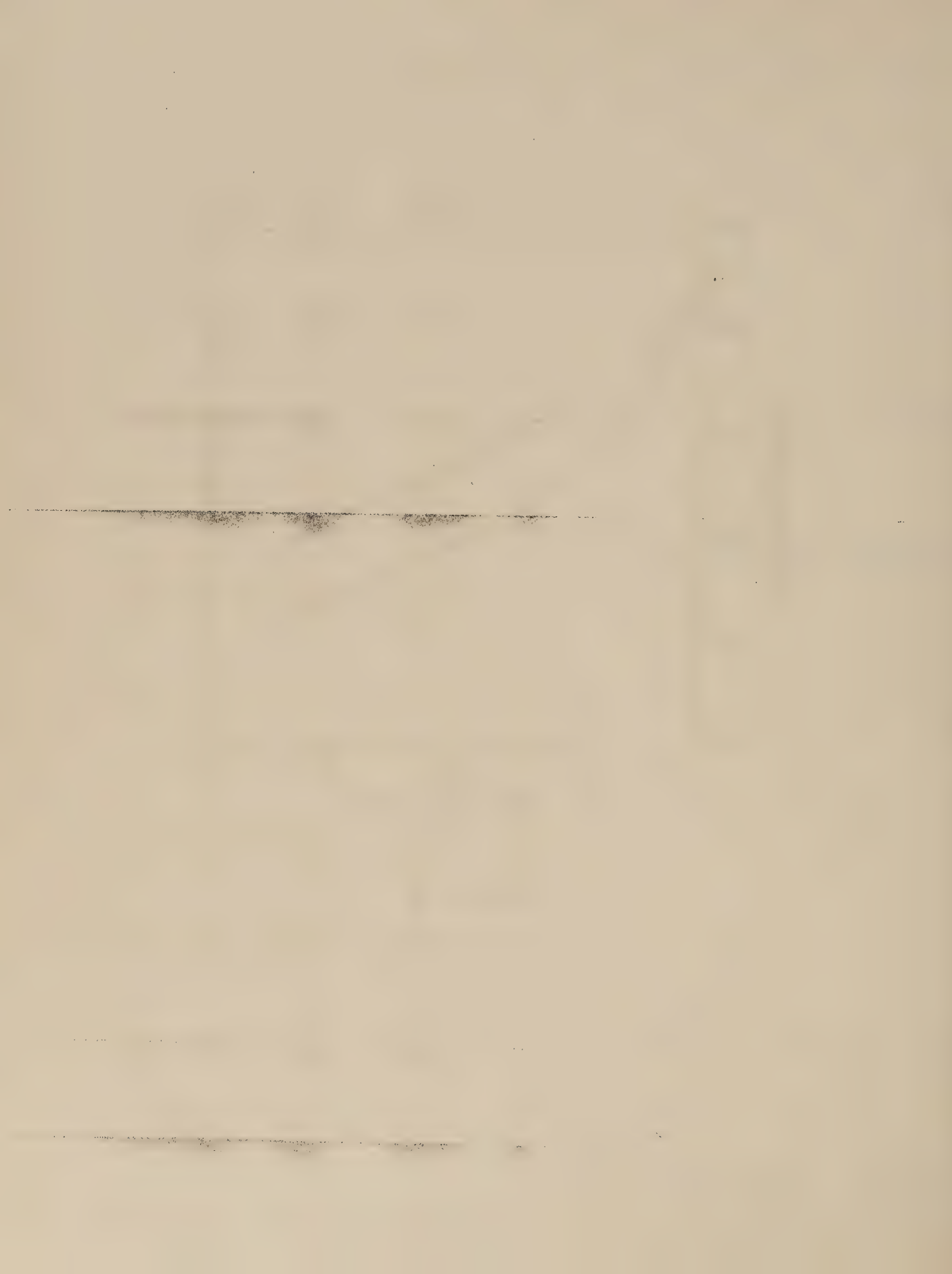


FIG. I b



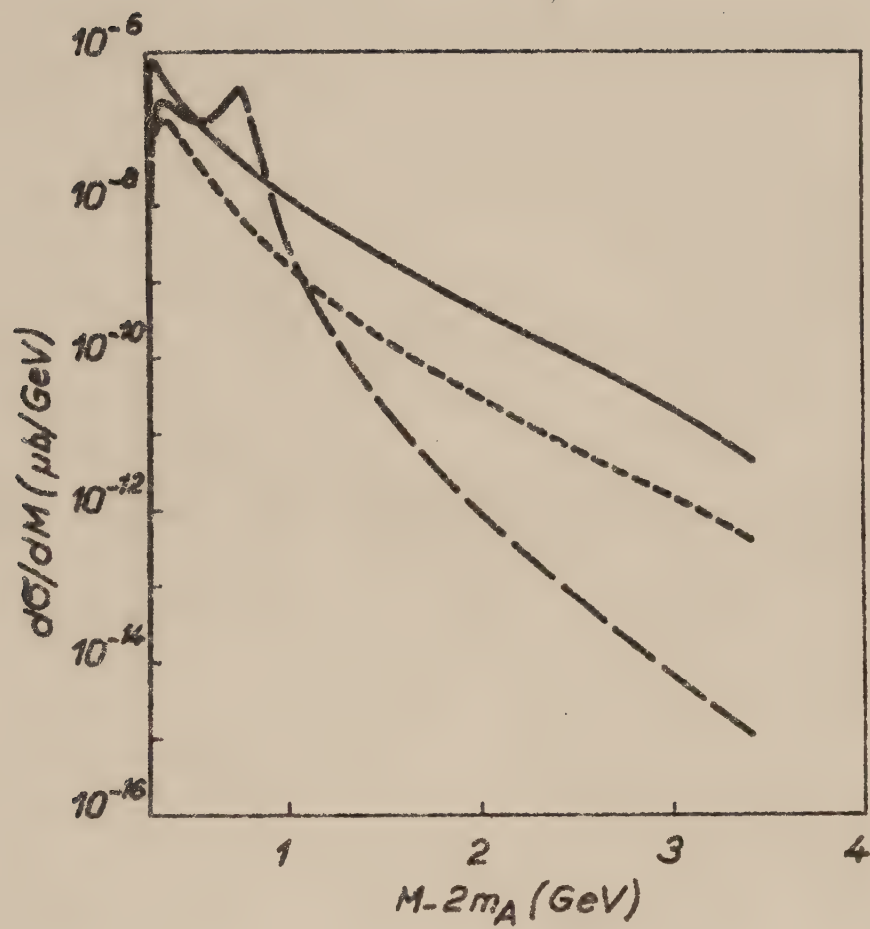


FIG. I C

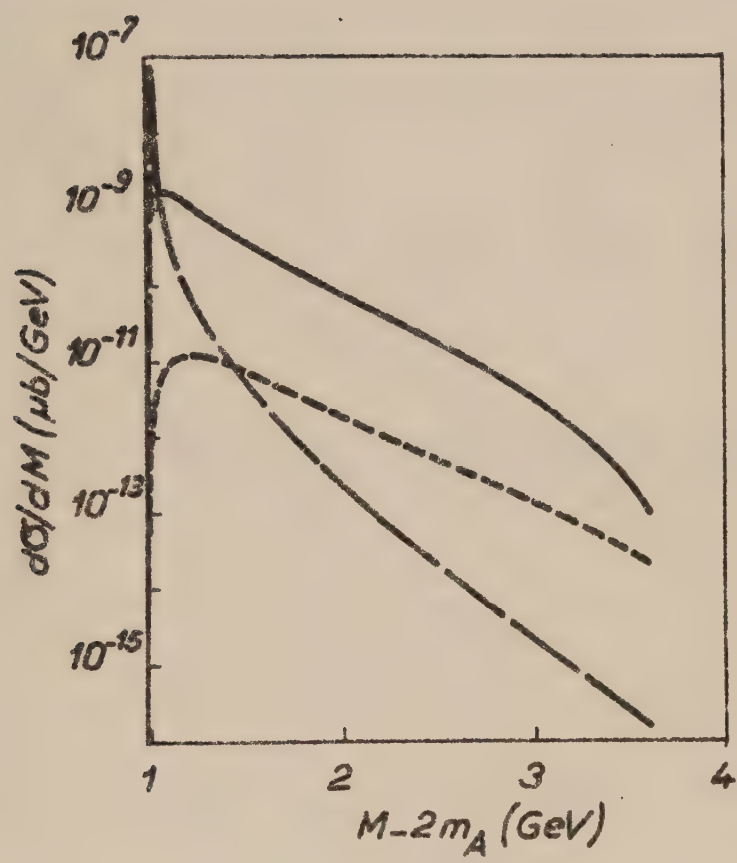
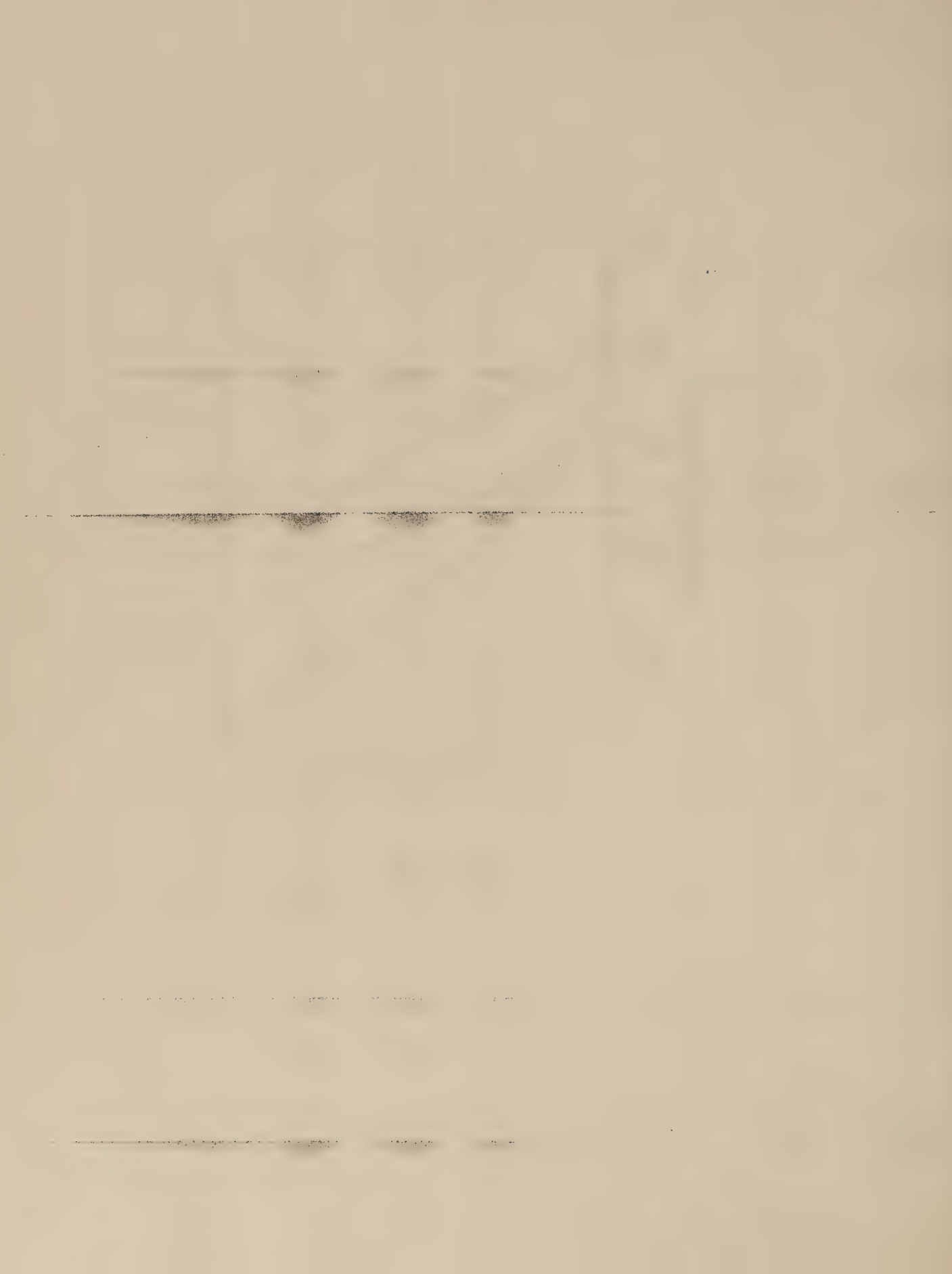


FIG. 1 d



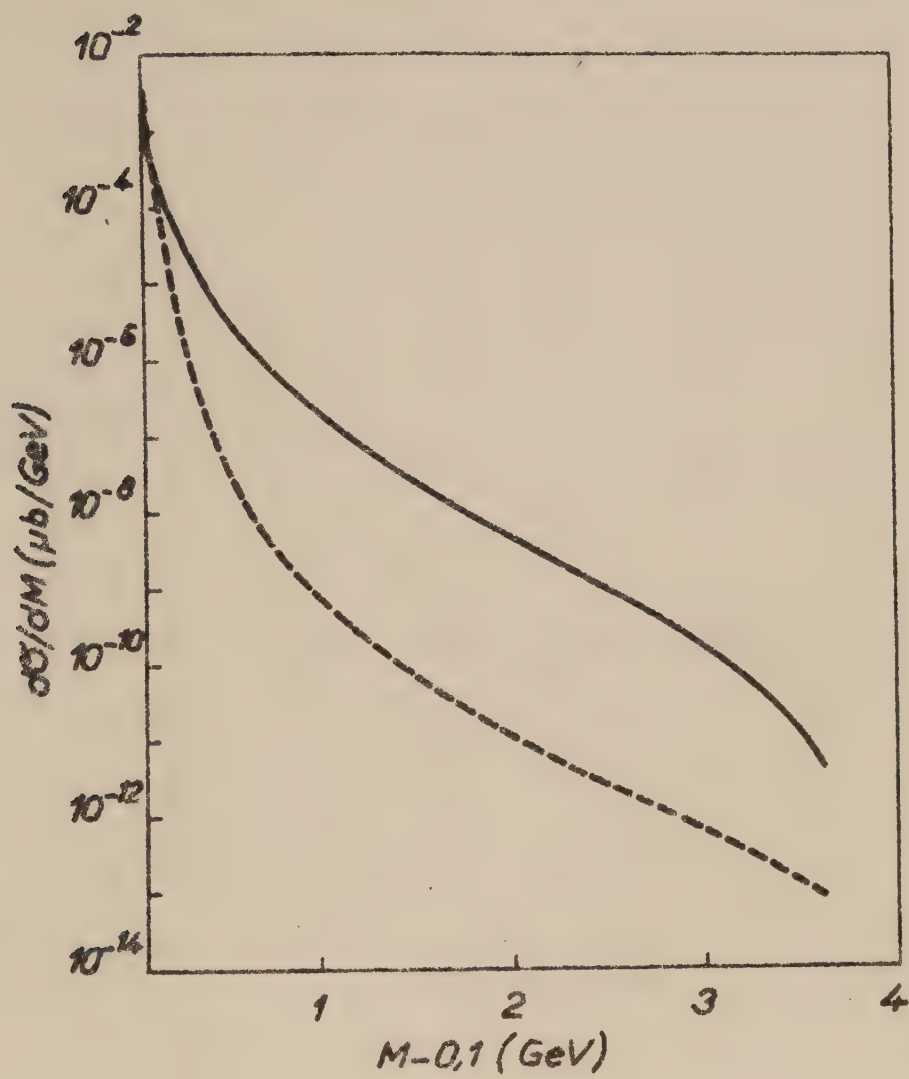


FIG. II a

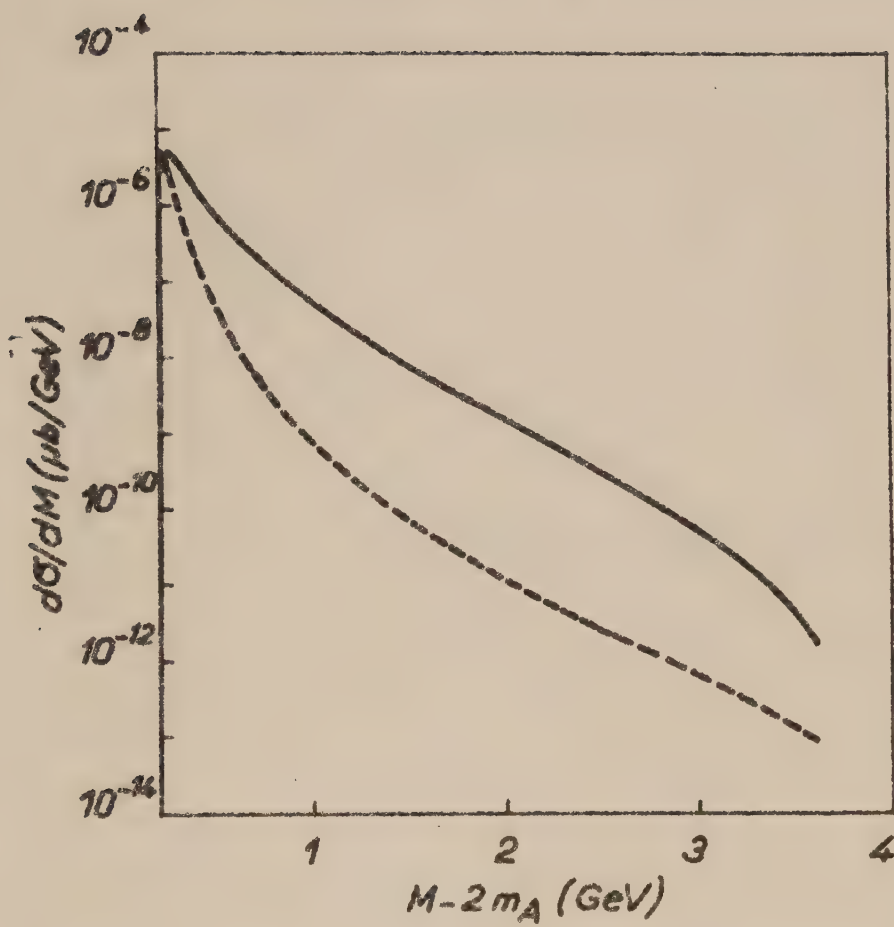


FIG. II b

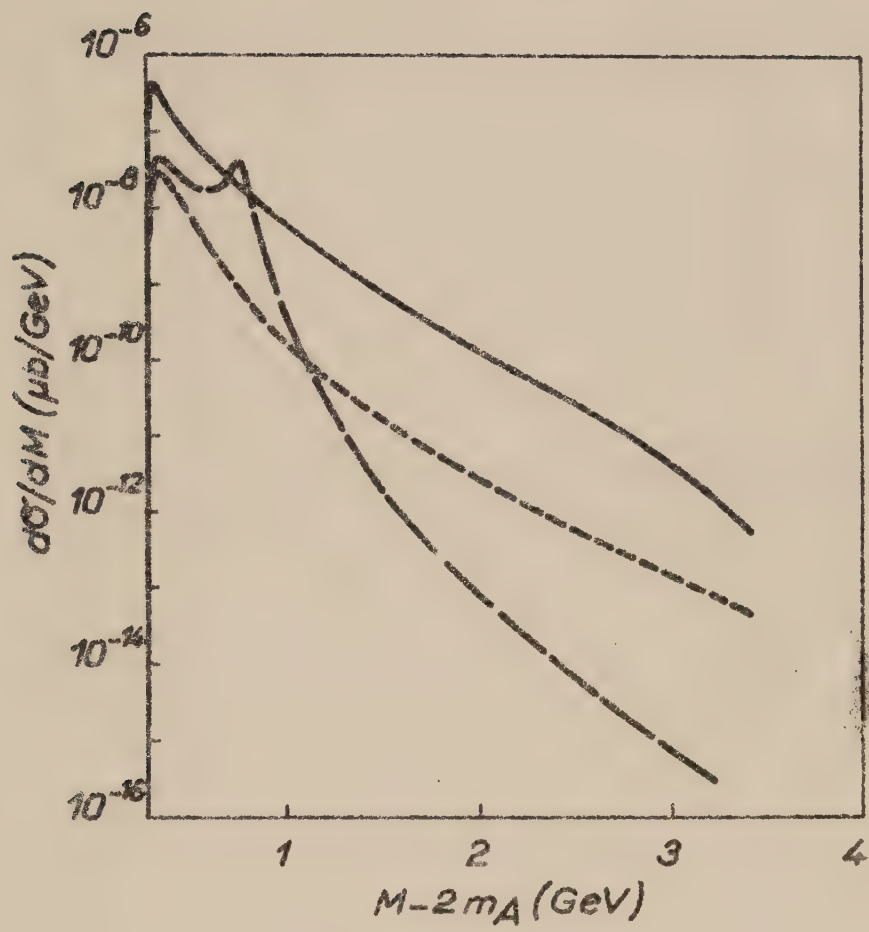
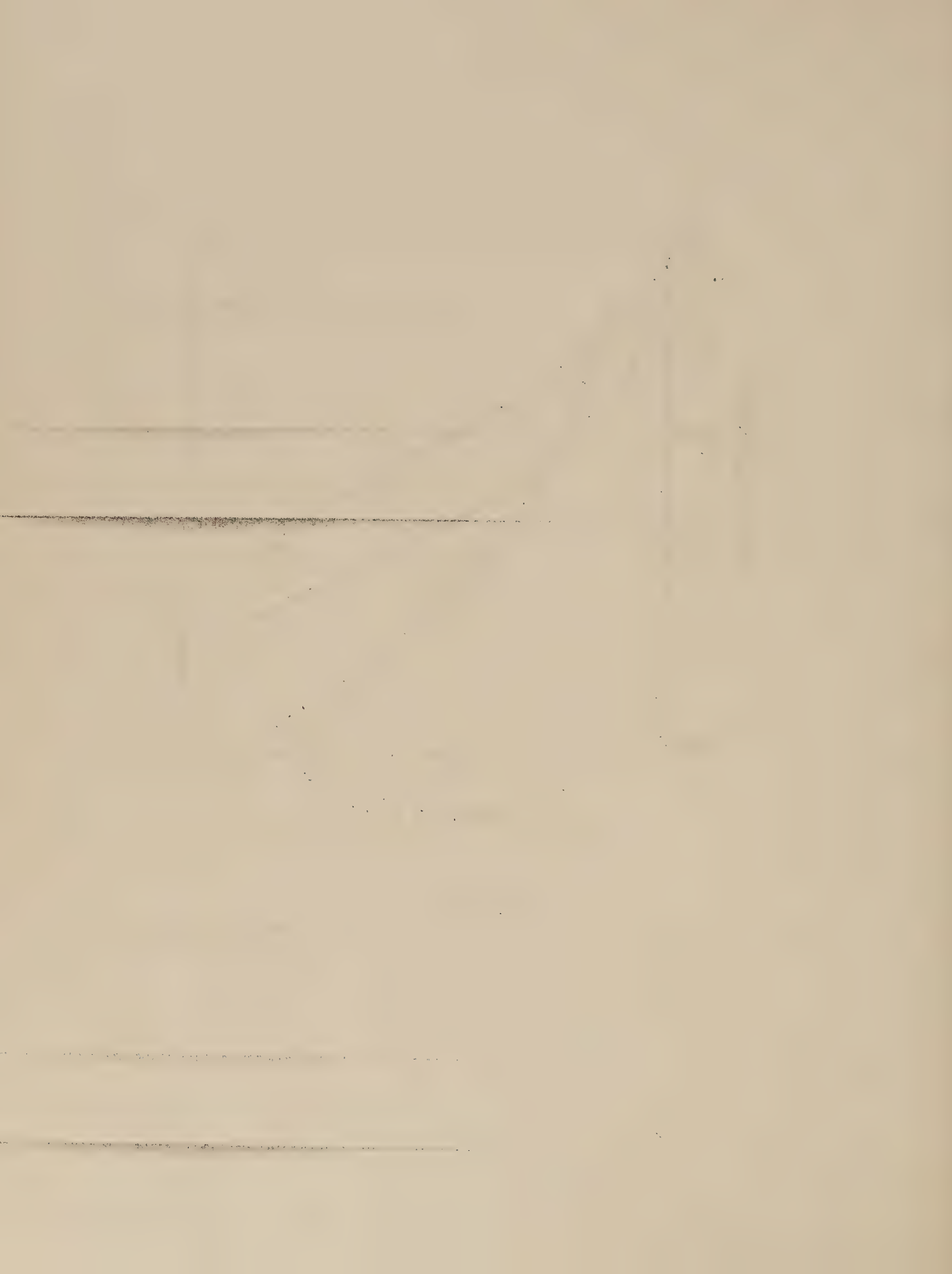


FIG. II C



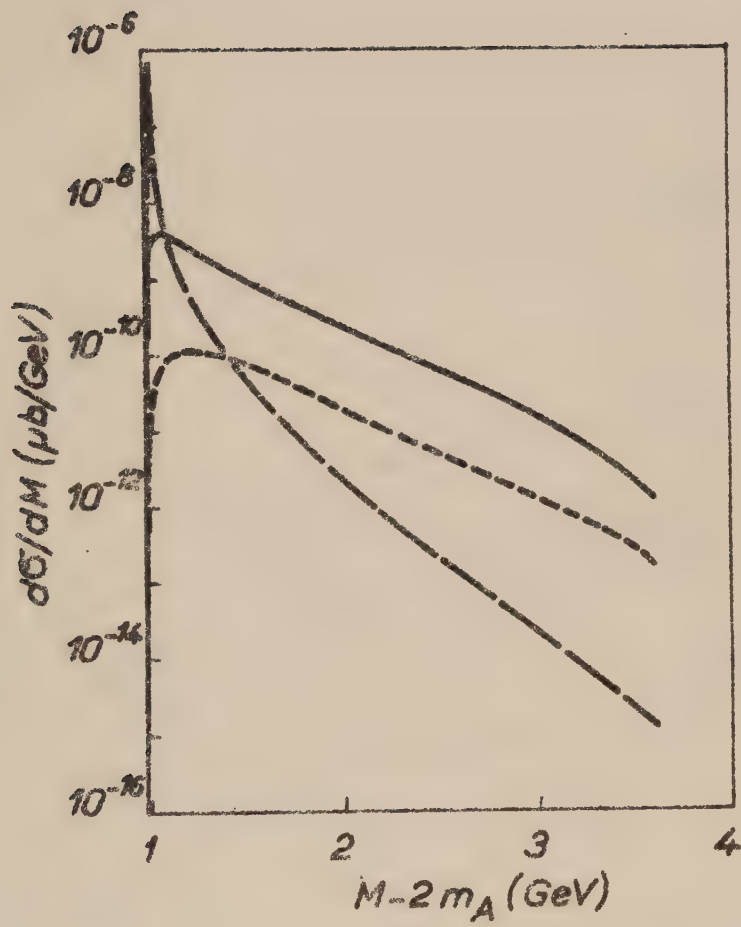


FIG. II d

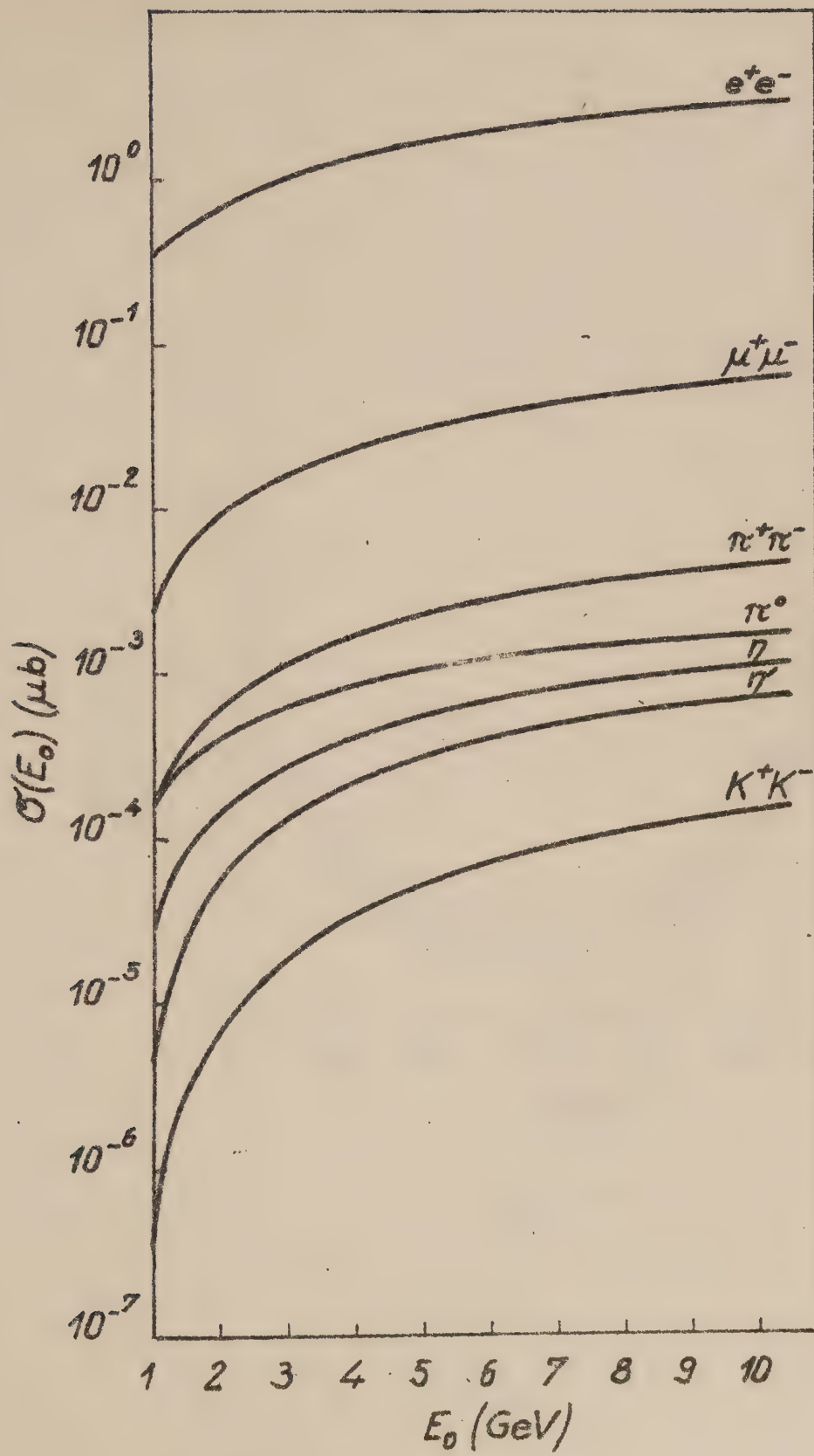


Fig. III

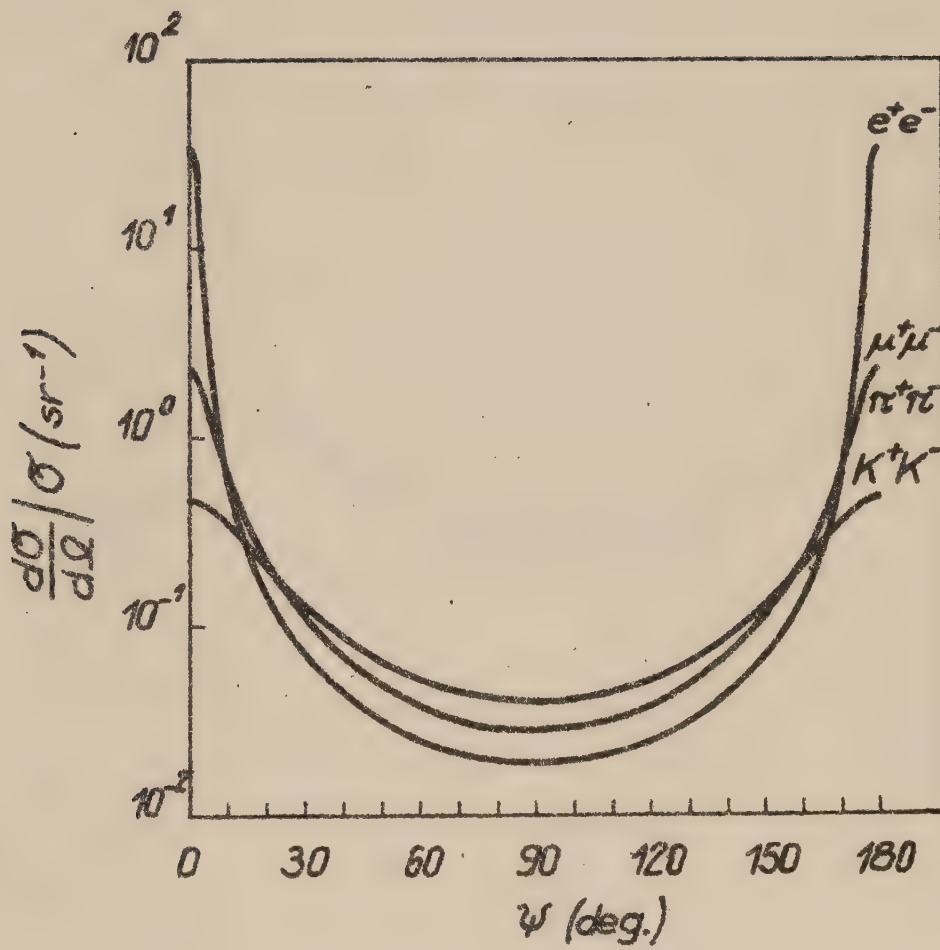


Fig. IV

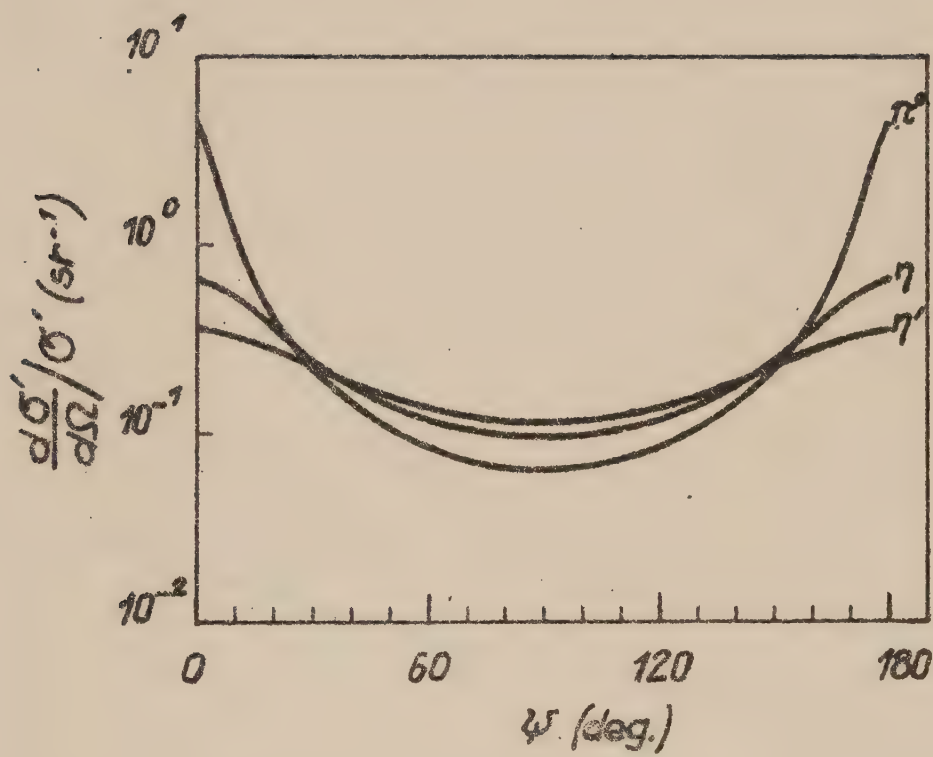


Fig. V

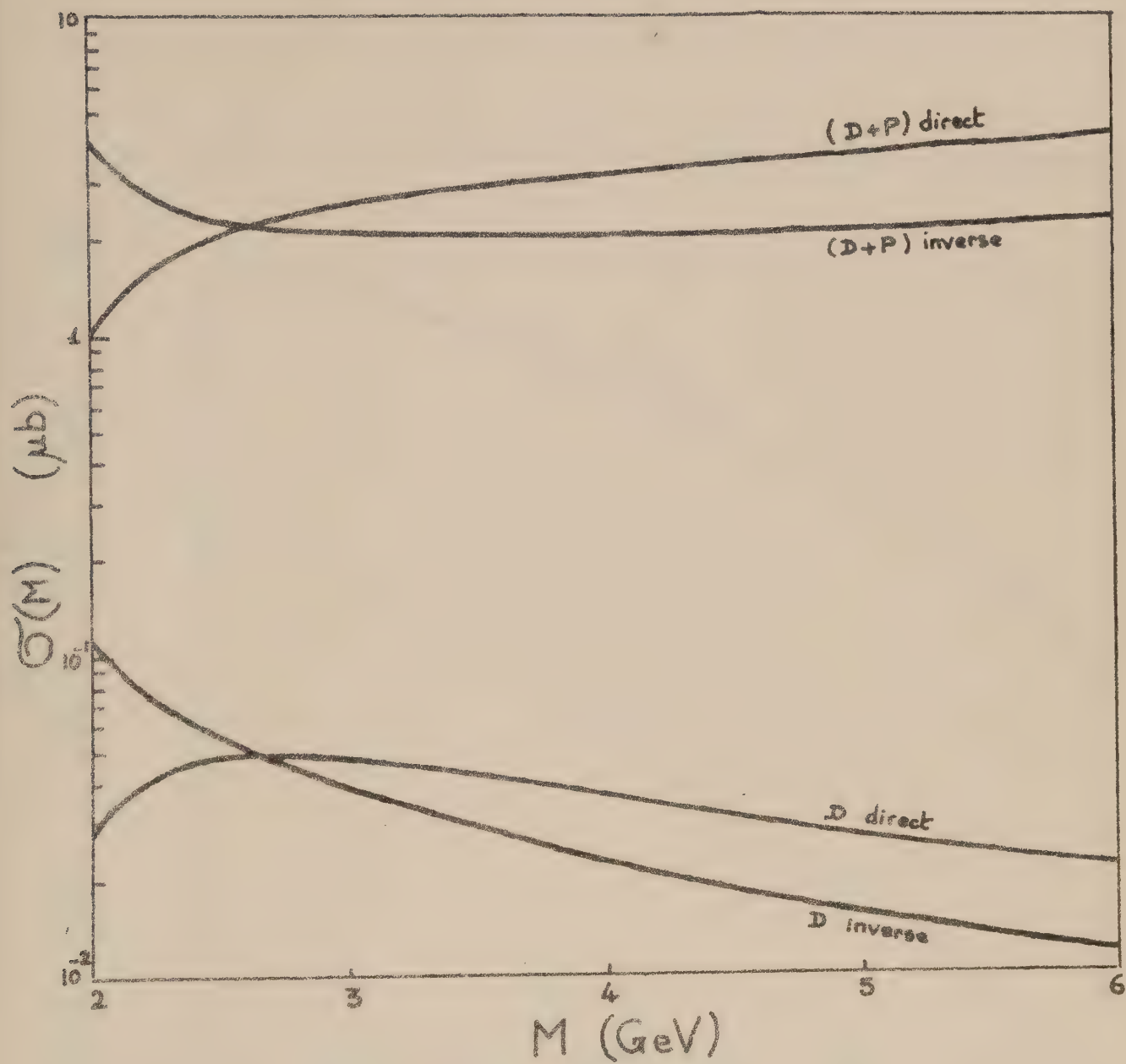


Fig. VI

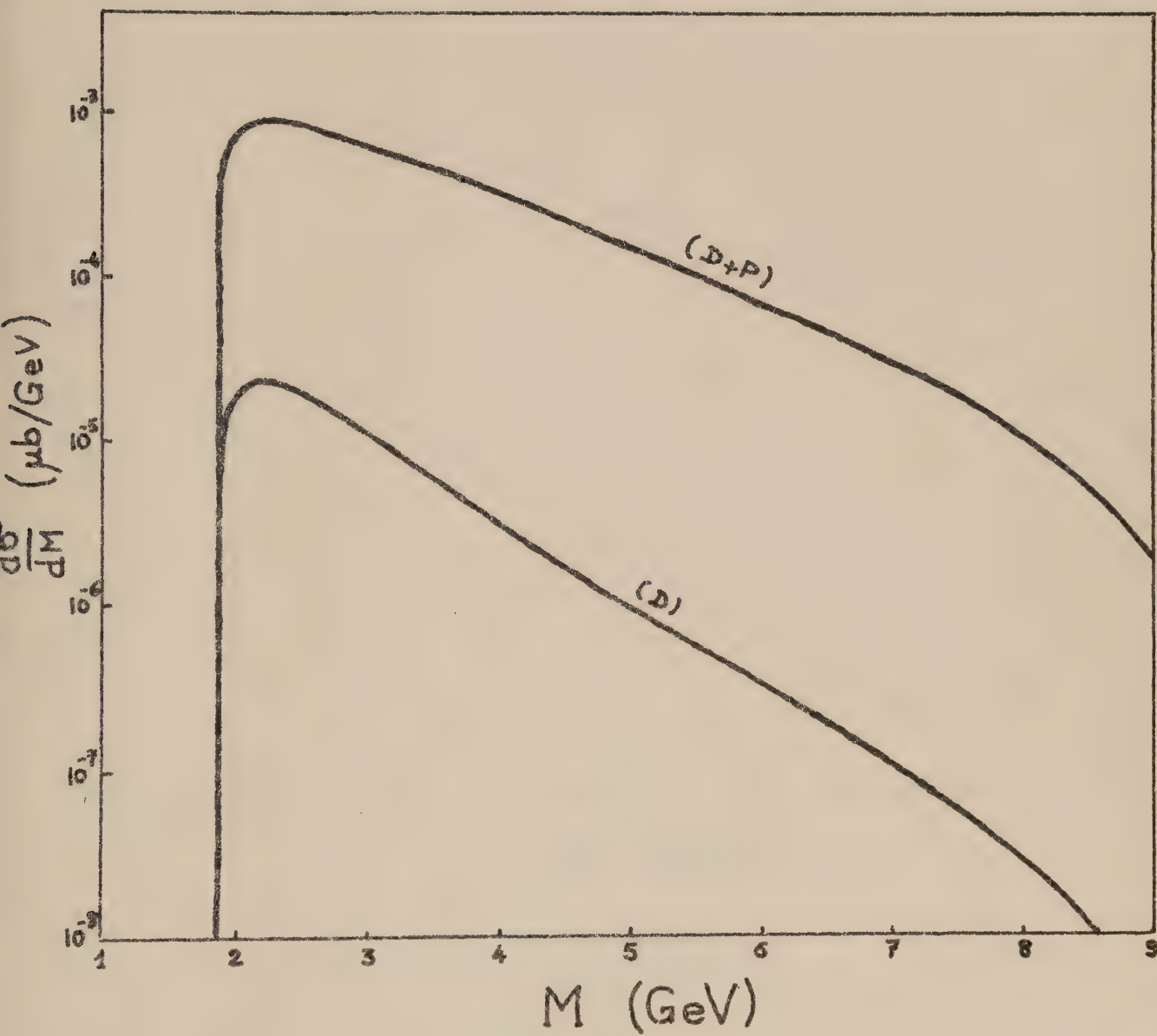


Fig. VII

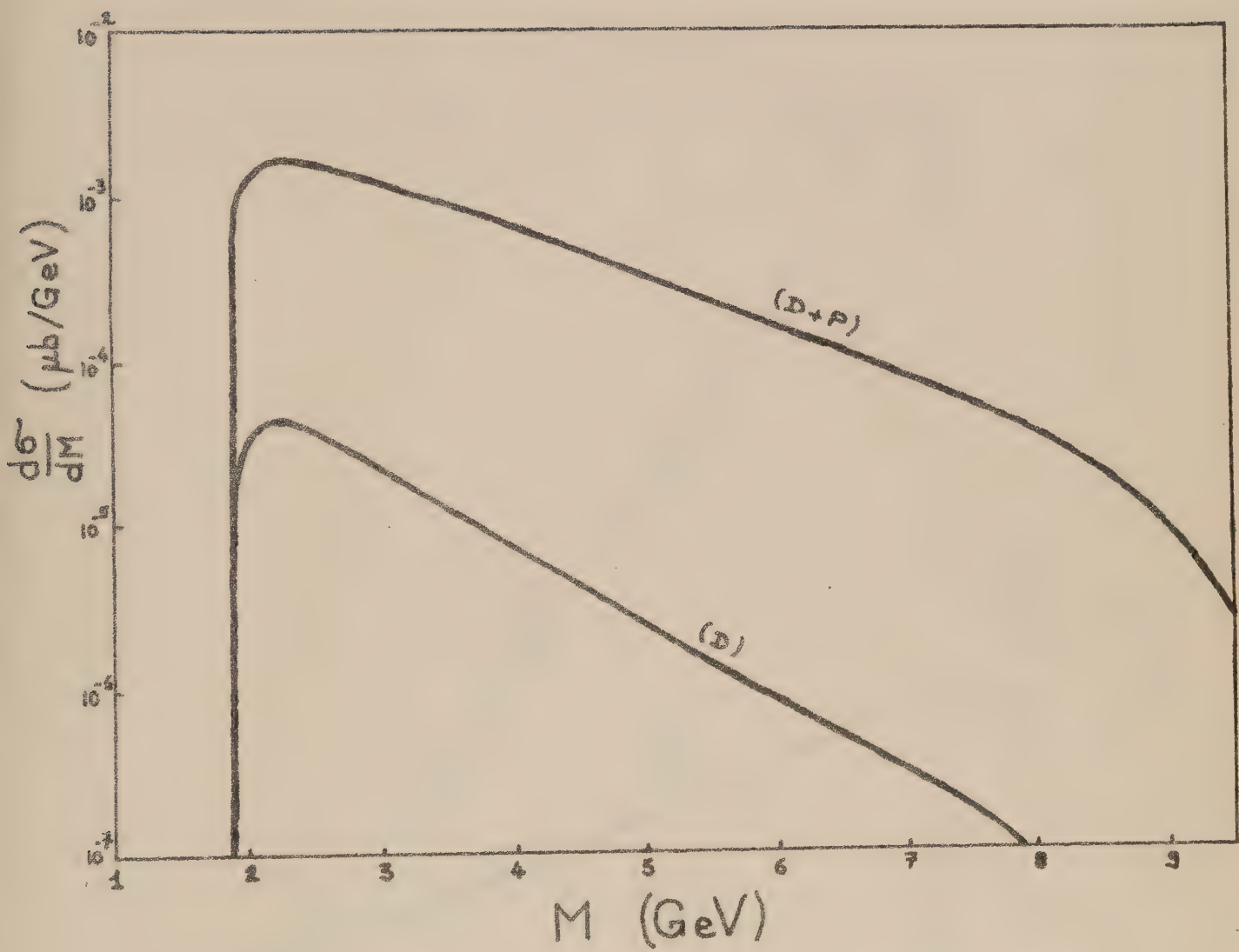


Fig.VIII

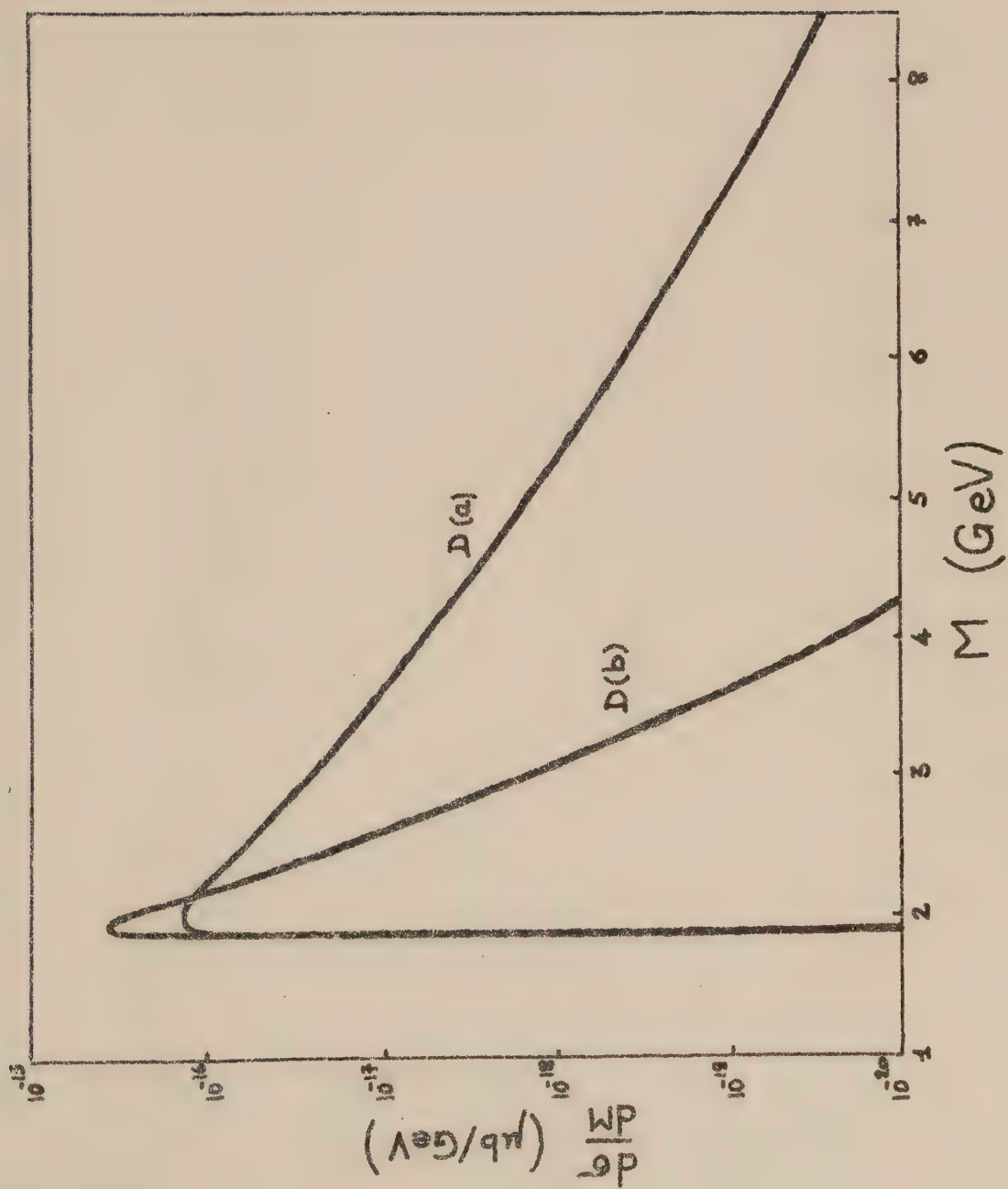


Fig. IX

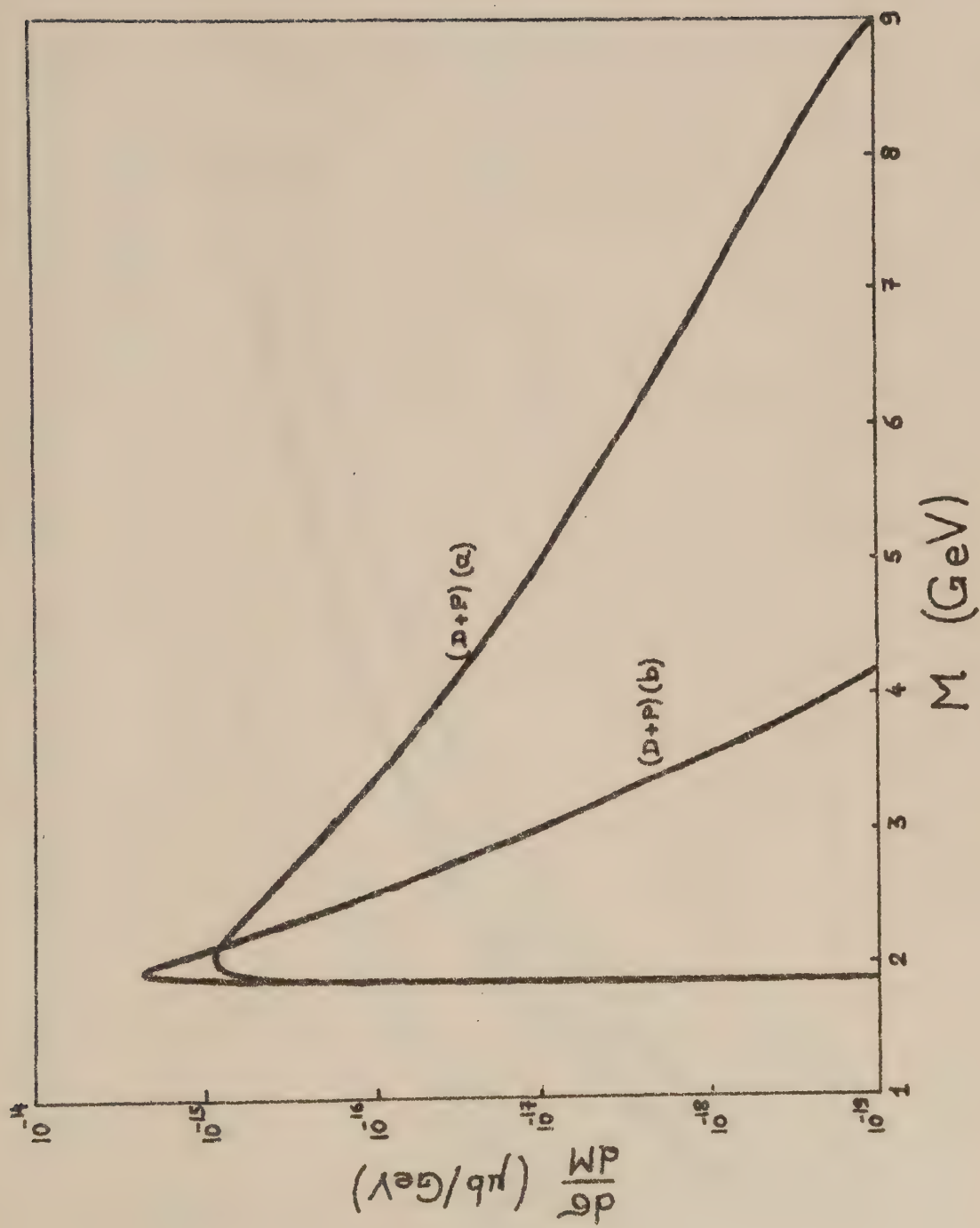


Fig. X

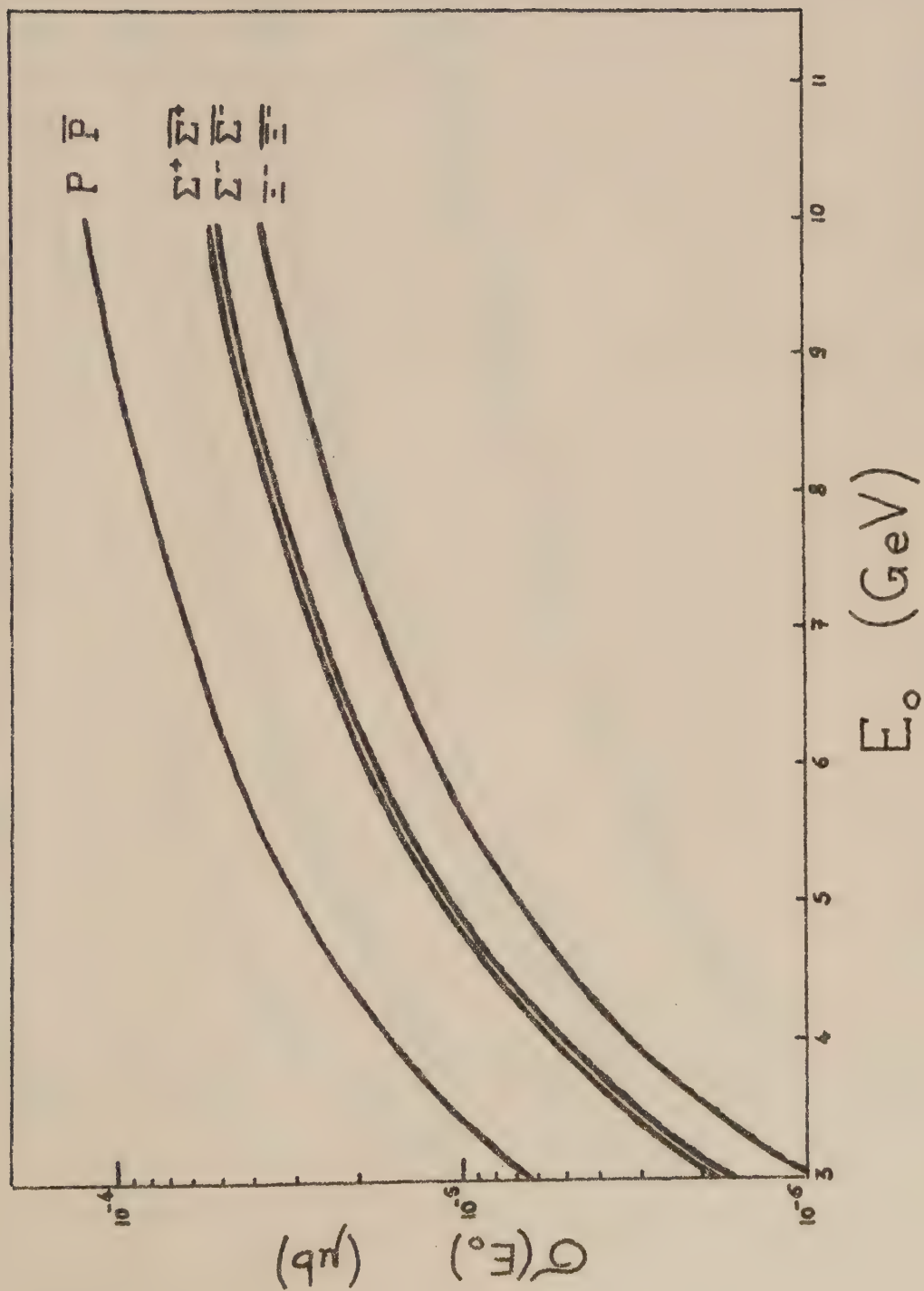


Fig. XI

UNIVERSITÉ DE PARIS VI

4, Place Jussieu - 75230 PARIS-CEDEX 05

SERVICE DE LA SCOLARITE

Bureau des Enseignements du 3^e cycle

TÉLÉPHONE : 336-25-25 - 325-12-21

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : DOCTORAT ES. SCIENCES

THESE DE : PHYSIQUES

NOM : Monsieur ARTEAGA ROMERO

Prénoms : Napoléon - Jésus

né le 1^{er} décembre 1942 à CORO Etat Falcon. Dép^t : Vénézuéla1^{ère} THESE : "Collisions photon-photon dans les anneaux de stockage
électron positron."2^e THESE (Propositions faites par l'Université) :

PRESIDENT : M. NATAF

EXAMINATEURS : M. ARNOUS
M. HAISSINSKI
M. KESSLER

Vu et Approuvé

PARIS, le 24 novembre 1972

Le Président

de l'Université de PARIS VI

